Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Ange det uttryck som ska stå i parentesen för att likheten ska gälla.

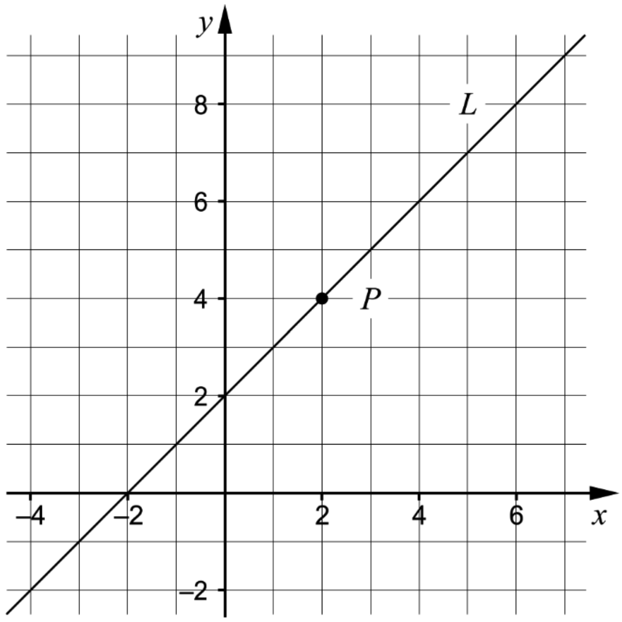
$(\qquad)\cdot(x-5)=x^2-25$ ____________________ (1/0/0)

2. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $5^x=3$ ____________________ (1/0/0)

b) $\sqrt{x+1}=5$ ____________________ (1/0/0)

3. Koordinatsystemet visar en rät linje *L* och en punkt *P* som ligger på linjen.

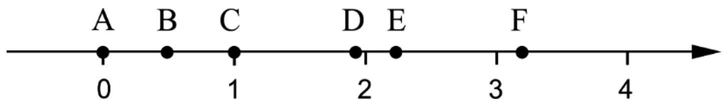


a) Ange ekvationen för den räta linjen *L*. ____________________ (1/0/0)

b) Ange ekvationen för en annan rät linje så att den tillsammans med linjen *L* bildar ett ekvationssystem som har sin lösning i punkten *P*.

____________________ (1/0/0)

4. På tallinjen finns sex punkter A – F markerade.



Varje tal nedan motsvaras av en markerad punkt på tallinjen.

☐ 99^0 ☐ $\sqrt{5}$ ☐ 2^{-1} ☐ $10^{\frac{1}{2}}$ ☐ $\lg 90$

Para ihop vart och ett av talen med en punkt på tallinjen genom att skriva rätt bokstav A – F vid rätt tal. (2/0/0)

5. Två av ekvationerna A – E har reella lösningar. Vilka två?

A. $x^2 + 3 = 1$

B. $x^2 + 6x - 3 = 2$

C. $x^2 = -9$

D. $x^2 - 4x + 9 = 2$

E. $(x-2)(x+2) = 0$ ____________________ (0/1/0)

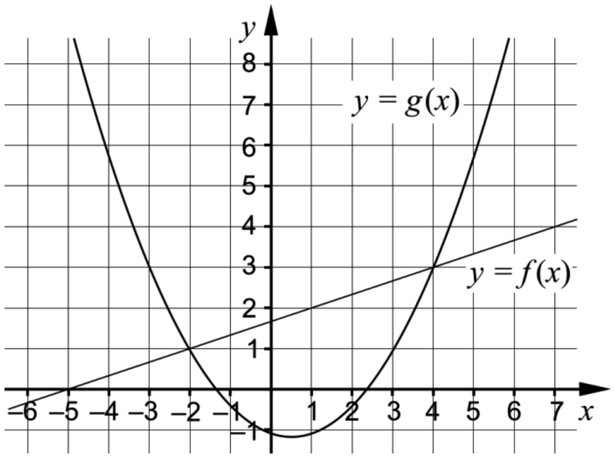
6. Beräkna 10^{-x} om $\lg x = 0$ ____________________ (0/1/0)

7. Under år 1998 skickades 44 miljoner sms i Sverige. Under år 2012 skickades 16 514 miljoner sms. Anta att den årliga procentuella ökningen av antal sms per år har varit lika stor under hela tidsperioden.

Beteckna den årliga förändringsfaktorn med *a*. Teckna en ekvation med vars hjälp *a* kan beräknas.

____________________ (0/1/0)

8. Koordinatsystemet visar graferna till en rät linje f och en andragradsfunktion g.



Besvara frågorna med hjälp av graferna.

a) För vilka värden på x gäller att $g(x) < 3$? _______________________ (0/2/0)

b) För vilka värden på x gäller att $f(x) - g(x) = 0$? _______________________ (0/0/1)

9. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $\dfrac{(\sqrt{x}+\sqrt{3})^2-(x+3)}{2}$ _______________________ (0/0/1)

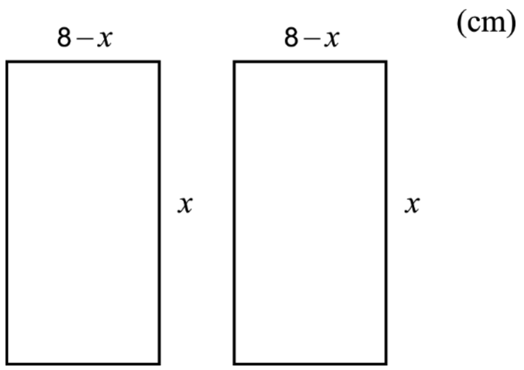
b) $\dfrac{\lg\sqrt{x}\cdot\lg\left(\dfrac{x}{2}\right)^2}{\lg\dfrac{x}{2}}$ _______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös andragradsekvationen $x^2 - 6x + 5 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 2y - x = 4 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

12. Figuren visar två rektanglar som har sidlängderna x cm respektive $(8 - x)$ cm.

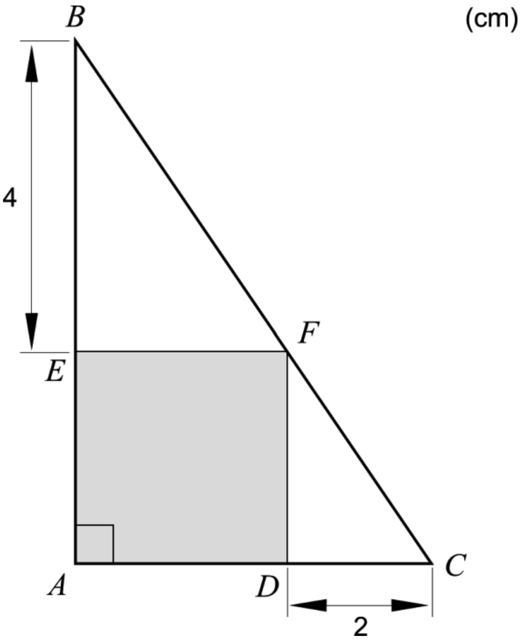


Bestäm den största totala area som de två rektanglarna kan ha tillsammans. (1/2/0)

13. Förenkla uttrycket $\dfrac{a^2 - 2b}{4}$ så långt som möjligt om $a = 2x + 1$ och $b = 2x - 1{,}5$ (0/2/0)

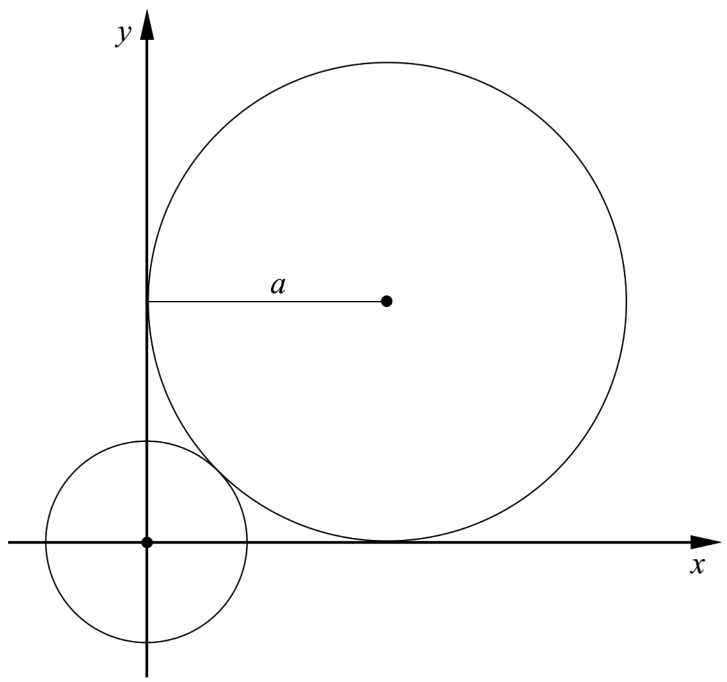
14. En andragradsekvation $x^2 + (a + 4)x + (b + 5) = 0$ har lösningarna $x_1 = 1$ och $x_2 = -3$
Bestäm värdet på a och b. (0/2/0)

15. I en rätvinklig triangel *ABC* finns en grå kvadrat *AEFD* inritad. Sträckan *BE* är 4 cm och sträckan *CD* är 2 cm. Se figur.



Visa att den grå kvadratens area är 8 cm^2. (0/2/0)

16. En cirkel med radien *a* tangerar de positiva koordinataxlarna. Den tangerar även en mindre cirkel som har mittpunkten i origo. Se figur.

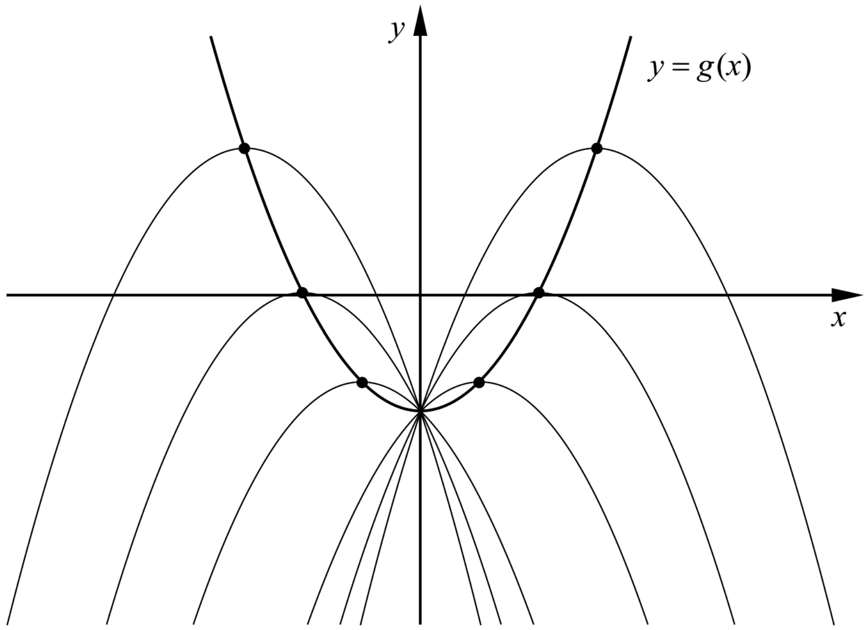


Visa att den mindre cirkelns radie är $a(\sqrt{2}-1)$ längdenheter. (0/0/3)

17. För andragradsfunktionen f gäller att $f(x) = -0{,}5x^2 + bx - 2$

a) Bestäm för vilka värden på b som f endast har ett nollställe. (0/2/0)

I figuren nedan ser du graferna till funktionen f för några olika värden på b. Grafernas maximipunkter är markerade. Då b varierar följer maximipunkterna grafen till en ny andragradsfunktion g, se figur.



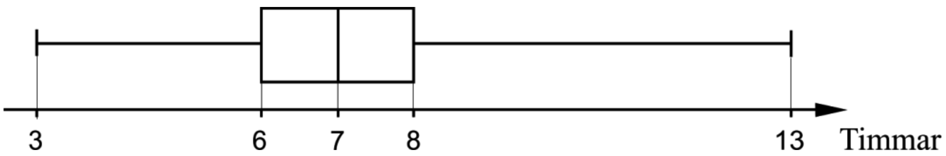
b) Bestäm andragradsfunktionen g. (0/0/3)

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

18. En linje går genom punkterna (0, 0) och (3; 6,45). En annan linje har ekvationen $y = 2{,}15x + 3$. Visa att linjerna är parallella. (2/0/0)

19. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2 - 4x + C$ där C är en konstant. Punkten (5, 7) ligger på funktionens graf. Bestäm koordinaterna för en annan punkt som också ligger på grafen. (2/0/0)

20. Lådagrammet visar resultatet från ett stickprov. Stickprovet anger antalet timmar en person sov per natt under en period av 15 nätter.



Värdena i stickprovet nedan är angivna i storleksordning. Två värden har ersatts med x respektive y.

x, 5, 6, 6, 7, 7, 7, y, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 13

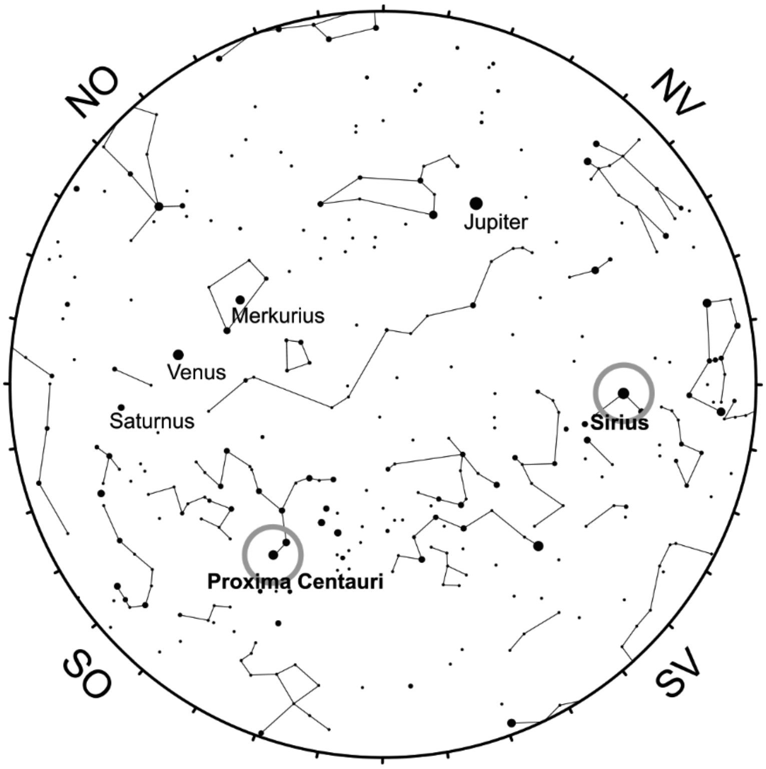
Vilka värden har x och y? Motivera ditt svar. (2/0/0)

21. Magnituden M är ett mått på hur starkt en stjärna lyser och kan beräknas med hjälp av formeln

$$M - 5 = a - 5\lg\left(\frac{r}{3\cdot 10^{16}}\right)$$

där r är avståndet i meter från jorden till stjärnan och a en konstant för en specifik stjärna, se tabell nedan.

Stjärnans namn	M	a	r
Solen	$4{,}80$	$-26{,}7$	$1{,}50\cdot 10^{11}$
Sirius A		$-1{,}46$	$8{,}14\cdot 10^{16}$
Proxima Centauri	$15{,}5$	$11{,}1$	



a) Beräkna magnituden M för stjärnan Sirius A. (2/0/0)

b) Beräkna avståndet r till stjärnan Proxima Centauri. (0/2/0)

22. Ett exemplar av ett känt datorföretags första datormodell såldes under år 2013. I samband med försäljningen kunde man läsa följande i en tidningsnotis:

> Priset för datorn har därmed tusenfaldigats, sedan den ursprungligen såldes 1976. Den tillverkades för hand av företagets båda grundare, ledaren Steve Jobs och programmeraren Steve Wozniak, hemma i Jobs garage.[1]

Enligt tidningsnotisen såldes datorn år 2013 till ett pris som var tusen gånger så stort som priset år 1976. Anta att den procentuella prisökningen varit lika stor varje år.

Beräkna den årliga procentuella prisökningen mellan år 1976 och år 2013 för datorn. (0/3/0)

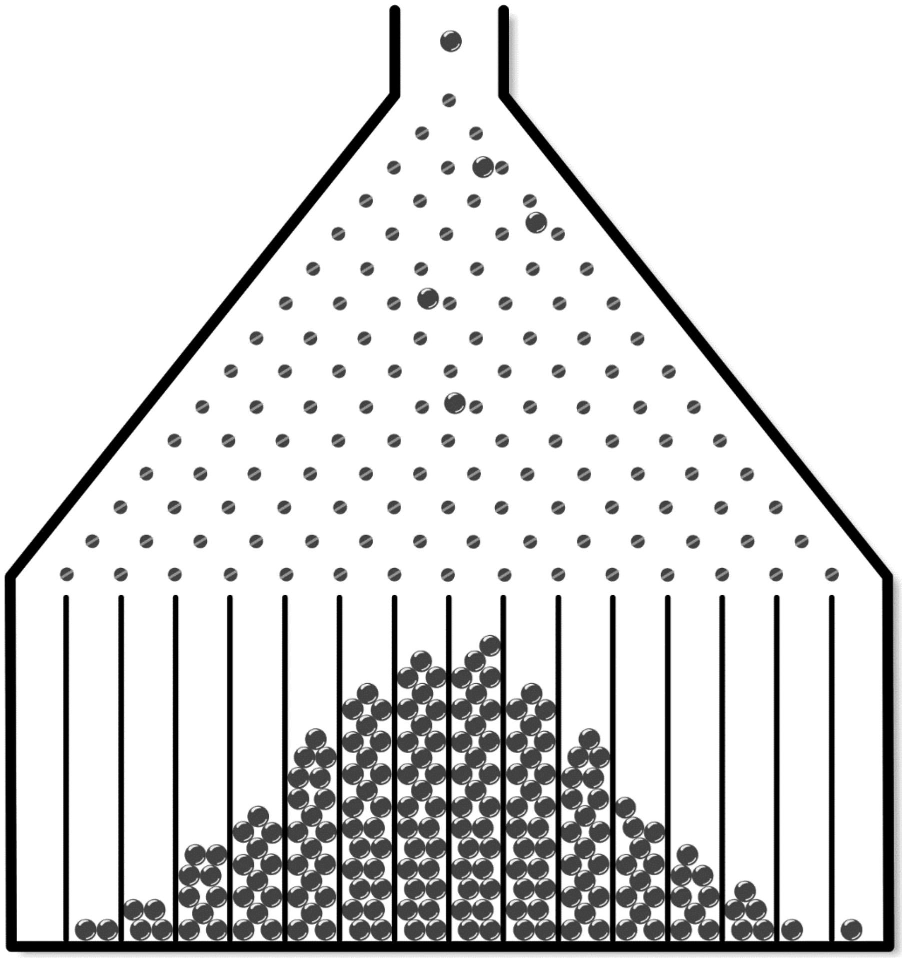
23. För en funktion f där $f(x) = kx + m$ gäller att

- $f(x+2) - f(x) = 3$
- $f(4) = 2m$

Bestäm funktionen f. (0/0/2)

[1] TT 26 maj 2013

24. En Galtonbräda är en anordning som används för att illustrera normalfördelning. Kulor släpps ner och ändrar riktning genom att passera ett antal spikar. Kulorna hamnar i olika fack och antalet kulor i facken blir ungefär normalfördelat kring mitten av brädan. Se figur.

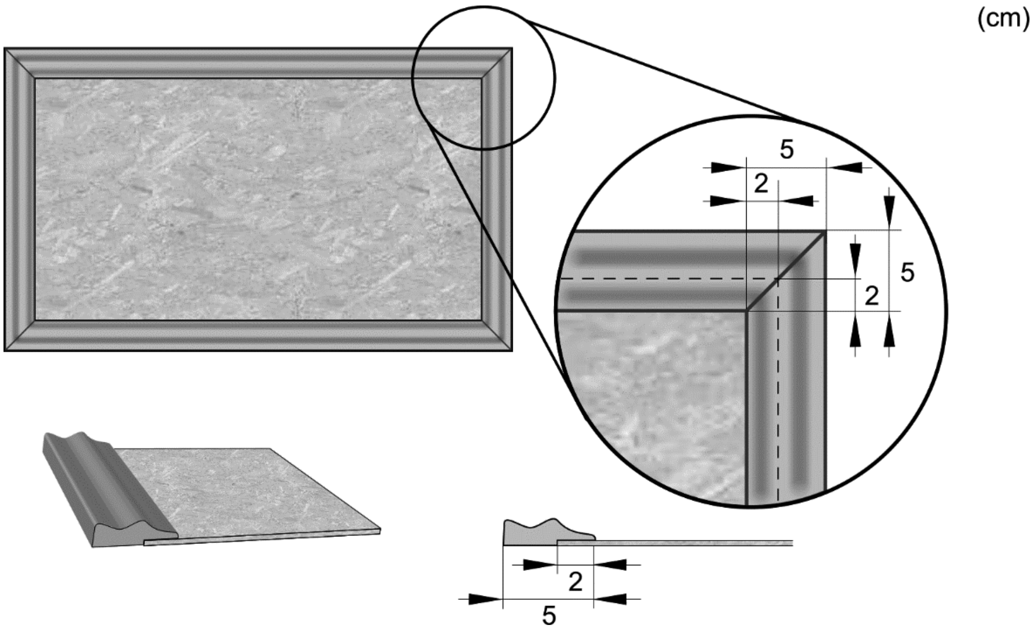


Fack nr 1 2 3 4 5 6 7 8 ... ...

Vid ett experiment släpptes 1478 kulor ner i en Galtonbräda med 16 fack. I fack 6 hamnade 136 kulor, i fack 7 hamnade 223 kulor och i fack 8 hamnade 281 kulor.

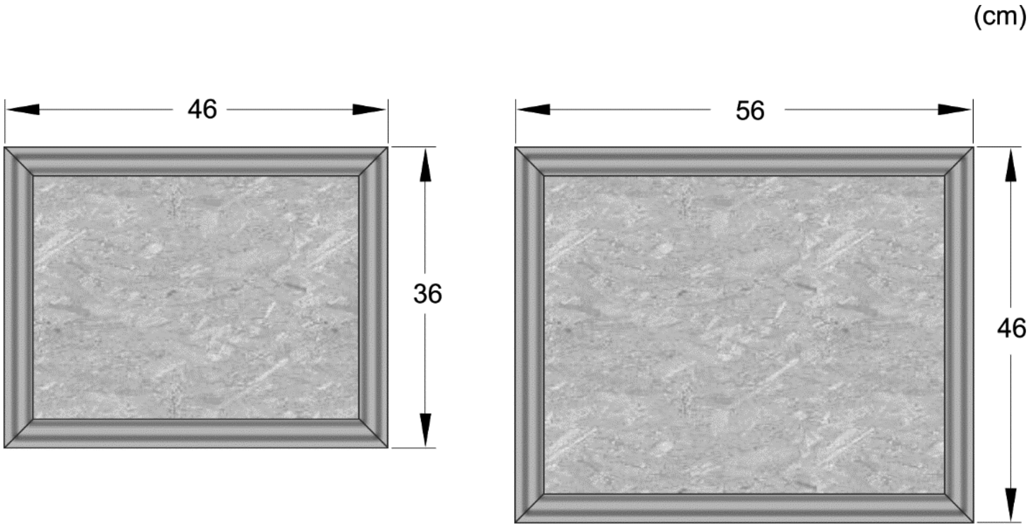
Hur många kulor bör ha hamnat i fack 5? (0/0/2)

25. Ett företag tillverkar anslagstavlor av olika storlekar. Varje anslagstavla består av en rektangulär platta omgiven av en ram. Ramen består av fyra delar som sågas till av en 5 cm bred trälist. Delarnas ändar är sågade med vinkeln $45°$ och trälistens utseende gör att delarna bara kan monteras på ett sätt. Ramen monteras så att den går 2 cm in över plattans framsida. Se figur.



Materialkostnaden för en anslagstavla beror på plattans area och trälistens längd. Priset för plattan anges i kr/m^2 och för trälisten i kr/m.

Materialkostnaden för en anslagstavla med bredden 36 cm och längden 46 cm är 59 kr. För en anslagstavla med bredden 46 cm och längden 56 cm är materialkostnaden 81 kr. Se figur.



Teckna ett generellt uttryck för den totala materialkostnaden för anslagstavlor som har bredden *a* m och längden *b* m. (0/0/4)

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($x+5$) +1 E_P

2. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($x=\frac{\lg 3}{\lg 5}$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x=24$) +1 E_P

3. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar ($y=x+2$) +1 E_P

b) Korrekt svar (t.ex. $y=4$) +1 E_{PL}

4. **Max 2/0/0**

Anger minst tre korrekta alternativ +1 E_B

med korrekt svar

$\boxed{C}$ 99^0 $\boxed{E}$ $\sqrt{5}$ $\boxed{B}$ 2^{-1} $\boxed{F}$ $10^{\frac{1}{2}}$ $\boxed{D}$ lg 90 +1 E_B

5. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ B: $x^2+6x-5=0$ och E: $(x-2)(x+2)=0$) +1 C_B

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (0,1) +1 C_B

7.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (t.ex. $16514 = 44 \cdot a^{14}$)	+1 C_M

8.		**Max 0/2/1**
a)	Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”då x är mellan -3 och 4”	+1 C_B
	med korrekt använda olikhetstecken ($-3 < x < 4$)	+1 C_K
b)	Korrekt svar ($x = -2$ och $x = 4$)	+1 A_B

9.		**Max 0/0/2**
a)	Korrekt svar ($\sqrt{3x}$)	+1 A_P
b)	Korrekt svar ($\lg x$)	+1 A_P

Delprov C

10.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1$, $x_2 = 5$)	+1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

11.		**Max 2/0/0**
	Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2$, $y = 1$)	+1 E_P

12.		**Max 1/2/0**
	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för rektanglarnas totala area, $2x(8 - x)$	+1 E_{PL}
	med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att symmetrilinjen ger funktionens maximum	+1 C_{PL}
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (32 cm^2)	+1 C_{PL}

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, sätter in uttrycken för a och b och utvecklar a^2, $\dfrac{(4x^2+4x+1)-2(2x-1,5)}{4}$	+1 C_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (x^2+1)	+1 C_P

14. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt ekvationssystem	+1 C_{PL}
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a=-2$ och $b=-8$)	+1 C_{PL}

15. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en relevant ekvation utifrån likformighet	+1 C_R
med fortsatt välgrundat resonemang som visar att arean är 8 cm^2	+1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan origo och den stora cirkelns mittpunkt, $\sqrt{2}a$	+1 A_R
med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att radien är $a(\sqrt{2}-1)$ l.e.	+1 A_R
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4	+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

17. **Max 0/2/3**

a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$ för beräkning av funktionens nollställe +1 C_P

med fortsatt välgrundat resonemang med korrekt svar ($b = \pm 2$) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. visar att maximipunkternas y-koordinat för olika värden på b är $-0,5b^2 + b^2 - 2$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt tecknat funktionsuttryck för g ($g(x) = 0,5x^2 - 2$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Kommentar: Lösning som baseras på specialfall är också godtagbar eftersom det i uppgiften är givet att g är en andragradsfunktion.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att k-värdet för linjen genom origo ska bestämmas +1 E_R

med fortsatt enkelt resonemang som visar att linjerna är parallella +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer konstanten C, $C = 2$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. (0, 2)) +1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer ett värde korrekt +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 3$ och $y = 7$) +1 E_B

21. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt uttryck för bestämning av M,

$M = -1{,}46 - 5 \cdot \lg\left(\dfrac{8{,}14 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^{16}}\right) + 5$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1,37) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till $0{,}12 = \lg\left(\dfrac{r}{3 \cdot 10^{16}}\right)$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($3{,}95 \cdot 10^{16}$ m) +1 C_P

22. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, tolkar problemet och kommer fram till ekvationen $1000 = a^{37}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (21 %) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer funktionens riktningskoefficient, 1,5 +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = 1{,}5x + 6$) +1 A_{PL}

24. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, inser att en standardavvikelse motsvarar två fack, d.v.s. att fack 7 och 8 tillsammans innehåller 34,1 % av totala antalet kulor +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (65 stycken) +1 A_{PL}

25. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem	+1 A_M
med godtagbar fortsättning där t.ex. priset av plattan och trälisten beräknas, 150 kr/m^2 för plattan och 25 kr/m för trälisten	+1 A_M
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($150ab + 41a + 41b + 0,54$)	+1 A_M
Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4	+1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 10.

Elevlösning 10.1 (0 poäng)

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$x = -3 \pm 2$$

Svar: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 15.

Elevlösning 15.1 (1 C_R)

Svar:

$$2 \cdot \cancel{x} \cdot \frac{4}{\cancel{x}} = \frac{x}{\cancel{2}} \cdot x \cdot \cancel{2}$$

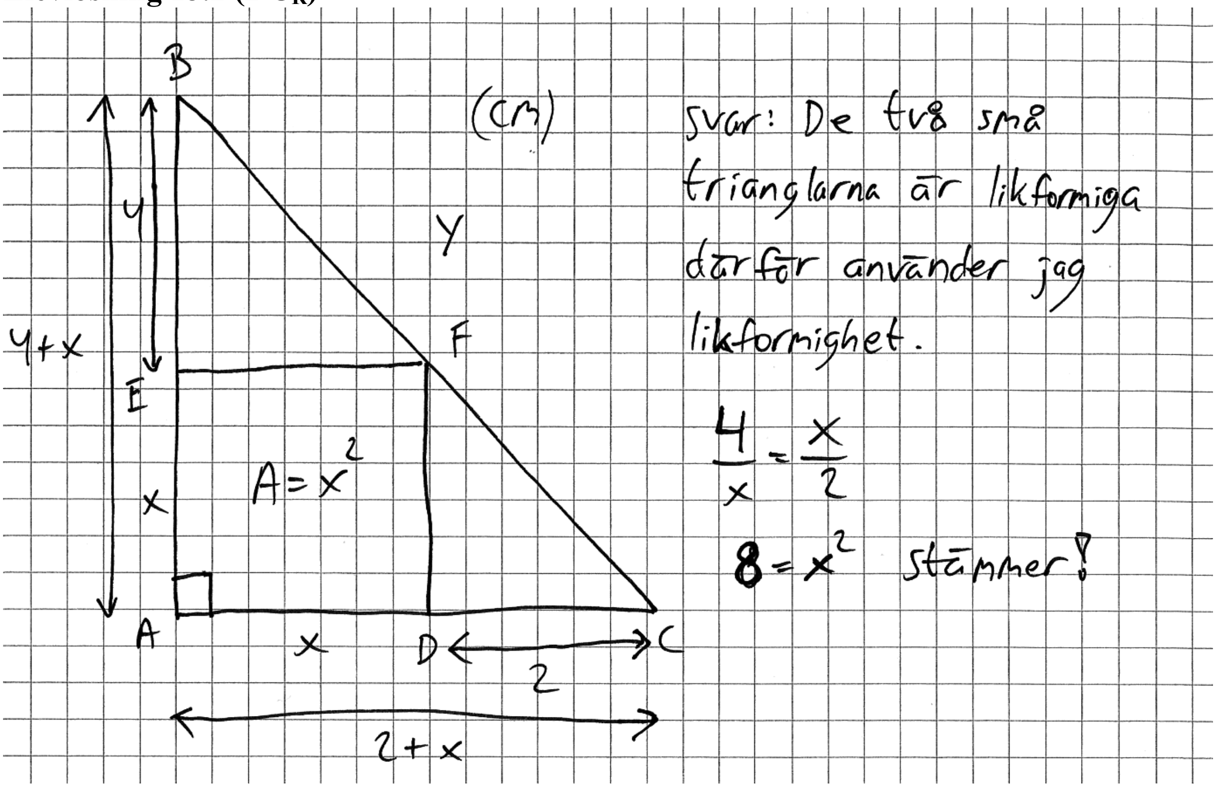
$$8 = x^2$$

$$\sqrt{8} = x$$

Kvadratens area $= \sqrt{8}\,\text{cm} \cdot \sqrt{8}\,\text{cm} = 8\ \text{cm}^2$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet vilket motsvarar en godtagbar ansats. Resonemanget i övrigt anses inte välgrundat då en definition av variabeln *x* och förklarande text saknas. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

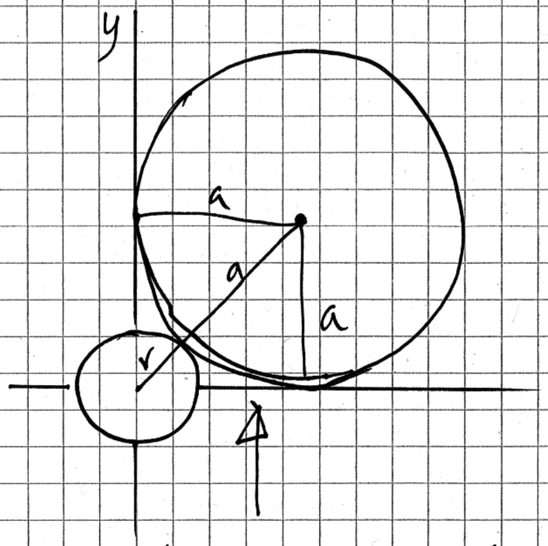
Elevlösning 15.2 (2 C_R)



Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt uppställd ekvation utifrån likformighet. Variabeln x definieras genom figuren och figuren visar även att kvadratens area är $A = x^2$. Slutfrasen ”$8 = x^2$ stämmer” anses tillsammans med figuren motsvara kraven för ett välgrundat resonemang. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 16.

Elevlösning 16.1 (1 A_R)



har blivit en rätvinklig triangel
med hyppotenusan $r+a$. Sen Pythagoras-sats

$$(r+a)^2 = a^2 + a^2$$

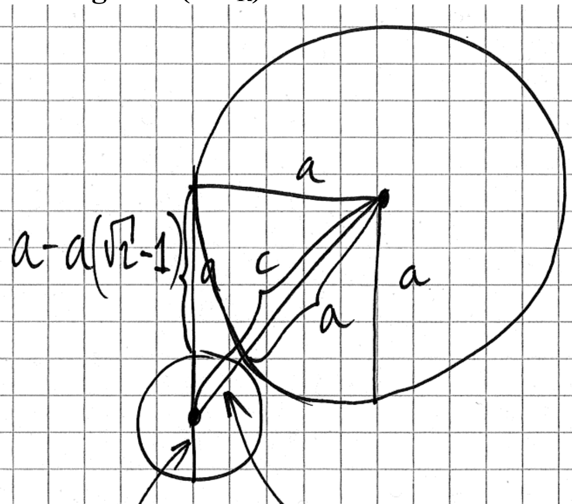
$$r + a = \sqrt{a^2+a^2}$$

$$r = \sqrt{2a^2} - a$$

$$r = a(\sqrt{2a} - 1)$$

Kommentar: I elevlösningen är påståendet ”har blivit en rätvinklig triangel…” otydligt. I övrigt är lösningen godtagbar till och med näst sista raden. Faktoriseringen på sista raden är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 16.2 (2 A_R)



$a(\sqrt{2}-1)$

$a^2+a^2=c^2$

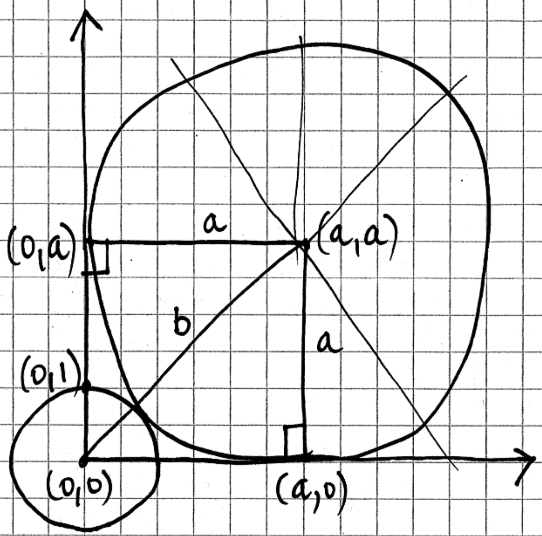
$c^2=2a^2$

$\sqrt{2a^2}=\sqrt{c^2}=\sqrt{2}\cdot a$

$c-a=\sqrt{2}\cdot a-a$ faktoriseras

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som anses vara nätt och jämnt godtagbart trots att faktorisering på sista raden saknas. Gällande kommunikation är lösningen ostrukturerad och inte lätt att följa och förstå. Till exempel framgår det inte tydligt att det är den mindre cirkelns radie som ges av $c-a$. Ingen explicit slutsats finns uttryckt i lösningen. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 16.3 (2 A_R och 1 A_K)



$(a\sqrt{2} - 1a)$

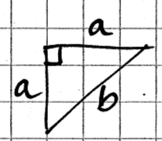
arean för fyrkanten inuti den stora cirkeln:

a^2

För att komma åt b använder jag Phythagoras   kvadraten har 90° vinklar (4st)

$(a^2+b^2=c^2)$

$a^2+a^2=b^2$



$2a^2=b^2$

$b^2=2a^2$

Stora cirkelns radie är a vilket betyder att lilla cirkelns radie är b−a

$\sqrt{b^2}=\sqrt{2a^2}$

$b=\sqrt{2}\,a$

$(\sqrt{2}\cdot a-a) = a(\sqrt{2}-1)$ le

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns förklarande figur och definierade beteckningar. Lösningen är lätt att följa och förstå. Elevlösningen ges samtliga poäng som är möjliga att få.

Uppgift 17.a

Elevlösning 17.a.1 (1 C_P och 1 C_R)

$-0{,}5x^2 + bx - 2 = 0$

$x^2 - 2bx + 4$

$x = b \pm \sqrt{b^2-4}$

Om $b^2-4=0$

en lösning

$b = \pm 2$

Svar: $b = \pm 2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Resonemanget som inleds med ”Om $b^2 - 4 = 0$ en lösning” och leder till korrekt svar anses nätt och jämnt vara tillräckligt för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 17.b

Elevlösning 17.b.1 (2 A_{PL})

$f(x) = -0{,}5x^2 + bx - 2$

$x = 1b \pm \sqrt{1b^2 - 4}$

maximipunkten är där $x = b$

definition: $g(x) = ax^2 + 2x + C$

$g(x) = f(x)$ då $b = x$

bi $f(x)$

$g(x) = -0{,}5x^2 + x^2 - 2$

$b = x \rightarrow x \cdot x$

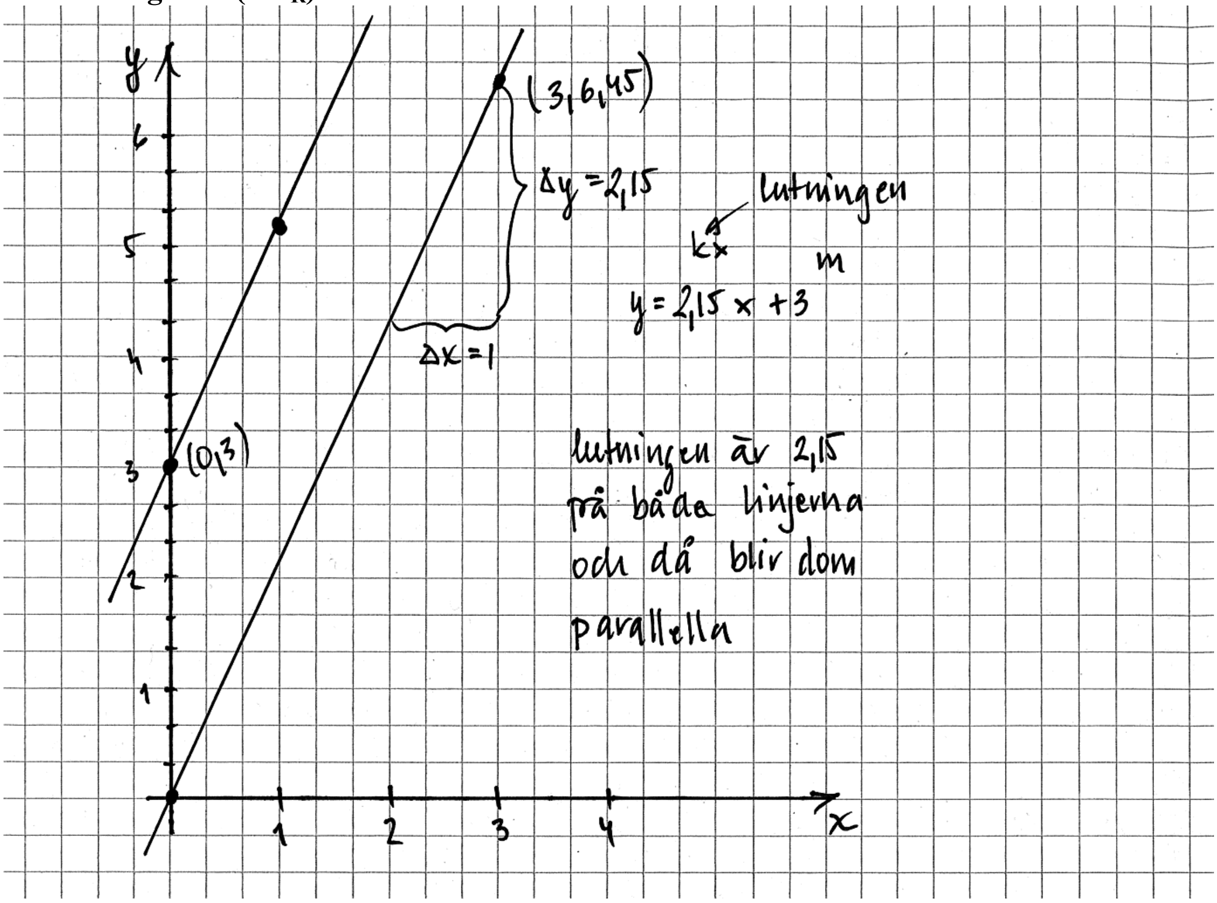
$g(x) = 0{,}5x^2 - 2$

Svar: $g(x) = 0{,}5x^2 - 2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. På rad fyra definieras $g(x)$ felaktigt, men används inte. Gällande kommunikation anses lösningen inte vara lätt att följa och förstå då förklarande text samt vissa steg i beräkningarna saknas. Till exempel förklaras inte varför ”maximipunkten är där $x = b$”. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 18.

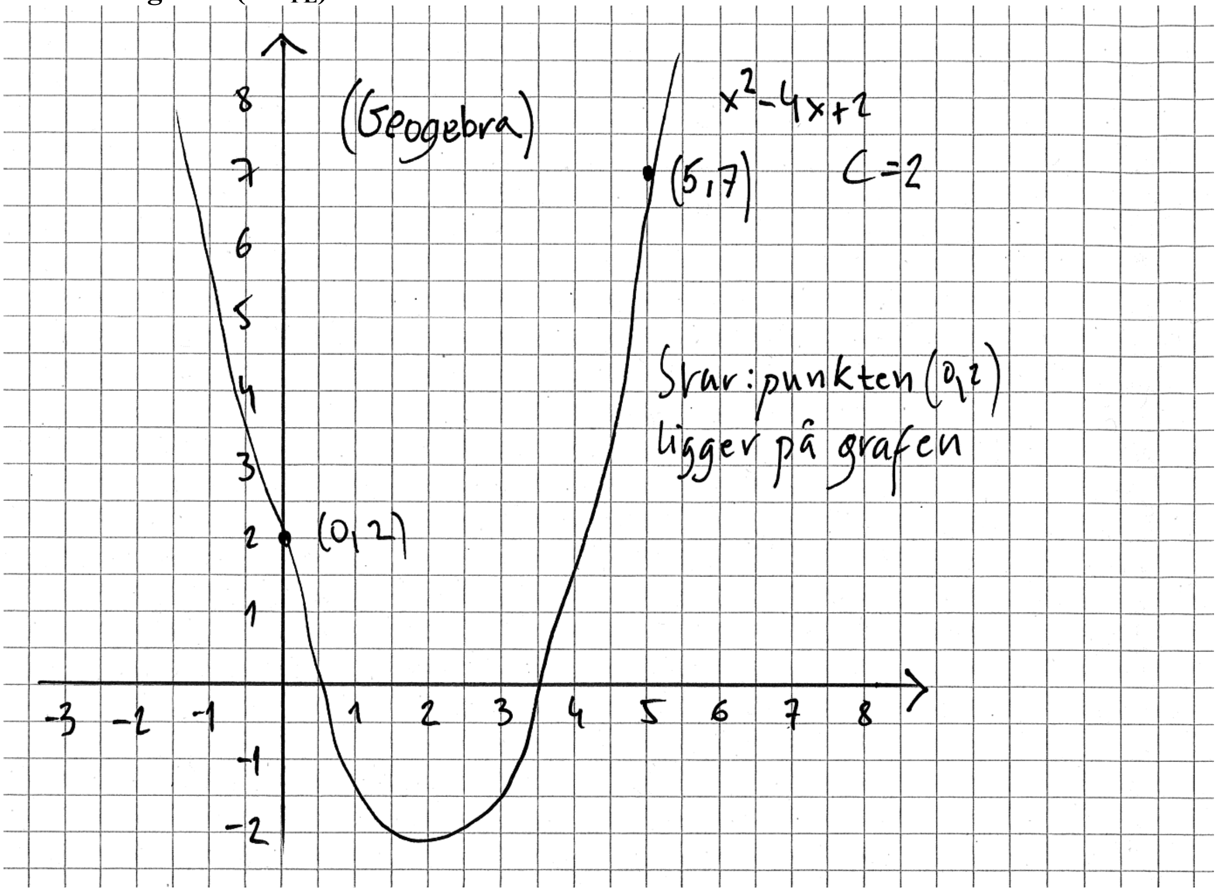
Elevlösning 18.1 (1 E_R)



Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att *k*-värdet för linjen genom origo ska bestämmas. En grafisk lösningsmetod är inte tillräckligt noggrann för att kunna avgöra om linjerna är parallella. Lösningen ges ansatspoängen på E-nivå.

Uppgift 19.

Elevlösning 19.1 (1 E_{PL})



Kommentar: Uppgiften är löst med digitalt hjälpmedel. Det redovisas dock inte hur det digitala hjälpmedlet har använts varken för bestämning av konstanten $C = 2$ eller för bestämning av punkten (0, 2). Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ges den första problemlösningspoängen på E-nivå.

Uppgift 22.

Elevlösning 22.1 (0 poäng)

$2013 - 1976 \approx 37$ Antar att datorn först kostade 1kr, sen efter 37år kostade den 1000ggr mer, alltså 1000kr $(1 \cdot 1000 = 1000)$

$1000 = a^{37} + 1$

$999 = a^{37}$

$a = 1{,}205$ = förändningsfaktorn = 20,5%

Svar: 20,5%

Kommentar: Elevlösningen visar en felaktigt tecknad ekvation och därmed uppfylls inte kraven för en godtagbar ansats. Elevlösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 22.2 (2 C_M)

$y = C \cdot a^x$

y = nya priset

C = ursprungspriset

a = Procentuella ökning

x = antal år

$C = 1$ $y = 1000$

$x = 37$ år

$1000 = 1 \cdot a^{37}$

$a^{37} \cdot 1000$

$(a^{37})^{\frac{1}{37}} = 1000^{\frac{1}{37}}$

$a = 1{,}205 = 20{,}5\%$

Svar: Den årliga ökningen är $20{,}5\%$

Kommentar: Elevlösningen ger ett korrekt svar utifrån ett antagande om ett ursprungspris. Gällande kommunikation definieras a som ”Procentuella ökning” och på näst sista raden används likhetstecknet felaktigt då $1,205$ omvandlas till $20,5\ \%$ utan motivering. Det saknas även ett antagande om att ursprungspriset är 1. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda.

Elevlösning 22.3 (1 C_M och 1 C_K)

2013 såldes datom
1976 såldes datom
2013 - 1976 = 37 år
På 37 år höjdes priset med tusen ggr →
Något som ökar 1000 gånger i pris ökar
procentuellt med 100 000 %
x = årliga förändringsfaktor
$x^{37} = 1000$
$x = 1,2052...$
$x \approx 1,205$ Svar: årliga procentuella prisökningen var ca 120,5 %

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats med en korrekt beräkning av förändringsfaktorn. Tolkningen av förändringsfaktorn är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. Gällande kommunikation är variabeln *x* korrekt definierad och lösningen är möjlig att följa och förstå trots att ett mellanled vid beräkningen av förändringsfaktorn saknas. Sammantaget ges elevlösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 25.

Elevlösning 25.1 (1 A_M och 1 A_K)

36 x 46 = 59 kr

46 x 56 = 81 kr (−3 cm på varje sida pga. ramen)

36 x 46 → plattan = 30 · 40 cm → 0,12 m²

ramen = (31 · 2) + (41 · 2) = 144 cm (längd) = 1,44 m

pris i kr för plattan x/m²

pris i kr för ramen y/m

0,12x + 1,44y = 59

46 x 56 = 81 kr (−3 cm på varje sida pga. ramen)

46 x 56 → plattan → 40 x 50 cm → 0,2 m²

ramen = (41 · 2) + (51 · 2) = 184 cm (längd) = 1,84 m

$$\begin{cases} 0{,}2x + 1{,}84y = 81 & (1) \\ 0{,}12x + 1{,}44y = 59 & (2) \end{cases}$$

(1) $0{,}2x + 1{,}84y = 81 \quad \cdot 5$

$\Rightarrow x = 405 - 9{,}2y$

ins i (2)

$(405 - 9{,}2y)\,0{,}12 + 1{,}44y = 59$

$48{,}6 - 1{,}104y + 1{,}44y = 59$

$0{,}336y = 10{,}4$

$y = 30{,}9523\ldots$

ins i (1)

Fortsättning på nästa sida.

$0{,}2x + 1{,}84(30{,}9523\ldots) = 81$

$0{,}2x = 24{,}0476$

$x = 120{,}2380\ldots$

plattan $= 120$ kr/m^2

ramen $= 31$ kr/m

tavla med bredden a m och längden b m

plattan $= ((a-0{,}06)\cdot(b-0{,}06))\cdot 120$ kr

ramen $= ((2a-0{,}1)\cdot(2b-0{,}1))\cdot 31$ kr

totalt pris $=$

$((a-0{,}06)\cdot(b-0{,}06))\cdot 120 + ((2a-0{,}1)\cdot(2b-0{,}1))\cdot 31 \text{ kr} =$

$= (ab - 0{,}06a - 0{,}06b + 0{,}0036)\cdot 120 +$

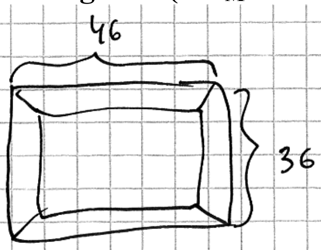
$+ (4ab - 0{,}2a - 0{,}2b + 0{,}01)\cdot 31 =$

$= 120ab - 7{,}2a - 7{,}2b + 0{,}432 + 124ab - 6{,}2a$

$- 6{,}2b + 0{,}31 = \underline{\underline{244ab - 13{,}4a - 13{,}4b + 0{,}742 \text{ kr}}}$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När ekvationssystemet ställs upp görs fel i ramlängden och motsvarande fel görs då det generella uttrycket ställs upp. Den felaktiga bestämningen av ramlängden gör att varken priserna eller det generella uttrycket blir korrekt beräknade. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och matematiska symboler är korrekt använda. Felen som görs i början påverkar inte uppgiftens svårighetsgrad och kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen en modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 25.2 (3 A_M och 1 A_K)



längd av list = 164 cm

plattans sidor

utan ram : 40 × 30

Area = 1200 cm^2

$1200\ cm^2 = 0,12\ m^2$

$164\ cm = 1,64\ m$

y = pris/m^2 för plattan

x = pris/m för listen

$0,12y + 1,64x = 59$ kr

genom att använda samma

på den stora tavlan får jag

fram : längd på list : 2,04 m

area på plattan : $0,2\ m^2$

$0,2y + 2,04x = 81$ kr

$$\begin{cases} 0,12y + 1,64x = 59 \\ 0,2y + 2,04x = 81 \end{cases}$$

$0,2y \cdot -0,6 = -0,12y$

$$\begin{cases} 0,12y + 1,64x = 59 \\ -0,12y - 1,224x = -48,6 \end{cases}$$

Additions formeln

$0,12y - 0,12y + 1,64x - 1,224x = 59 - 48,6$

$0,416x = 10,4$

$x = 25$ kr/m för list

Fortsättning på nästa sida.

$0,12y + 1,64 \cdot 25 = 59$

$y = 150$ kr/m² för platta

$25 \cdot 2(a+b) + ((a-0,06)(b-0,06)) \cdot 150 =$

pris/längd (list)

pris/area (platta)

$50a + 50b + (ab - 0,06a - 0,06b + 0,0036)150$

$50a + 50b + 150ab - 9a - 9b + 0,54$

$41a + 41b + 150ab + 0,54 =$ pris

då a är bredden i m och

b är längden i m

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom såväl enheter som variabler sätts ut och används korrekt. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.