

## Anvisningar – del B

- Tidsåtgång** Cirka 60 minuter för del B.
- Hjälpmedel** Tillåtna hjälpmedel på del B är formelblad och linjal.
- Uppgifter** Denna del består av uppgifter som ska lösas utan digitala verktyg. Svar och lösningar skrivs i provhäftet. På några av uppgifterna krävs redovisning, som redovisas i figur och ruta intill uppgiften. Till övriga uppgifter krävs endast svar. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för ditt svar/din lösning.
- Till detta exempelprov ges förslag på kravgränser för provbetygen E, C och A. Dessa kan inte likställas med kravgränserna för ett ordinarie kursprov utan kan användas för att få en uppfattning om elevens prestationer på just detta exempelprov och kan endast beaktas om exempelprovet genomförts i sin helhet.
- Kravgränser** Provet (del A–D) ger totalt högst 79 poäng.
- Gräns för provbetyget
- E: Cirka 18 poäng.
  - C: Cirka 42 poäng varav cirka 20 poäng på lägst nivå C.
  - A: Cirka 62 poäng varav cirka 11 poäng på nivå A.

Illustrationer: Jens Ahlbom

1. Vilken förändringsfaktor innebär en prissänkning med 40 %?

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Skriv talet 42 som en produkt av primtal.

Svar: \_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. Hur många minuter är 0,25 timmar?

Svar: \_\_\_\_\_ min (1/0/0)

4. Gör klart tabellen genom att fylla de tomma rutorna med positiva tal.

$x^2$	$x$	$\sqrt{x}$
16		

(1/0/0)

5. Maximala antalet pulsslag per minut,  $P$ , kallas maxpuls. Maxpuls kan enligt en modell beräknas med formeln:

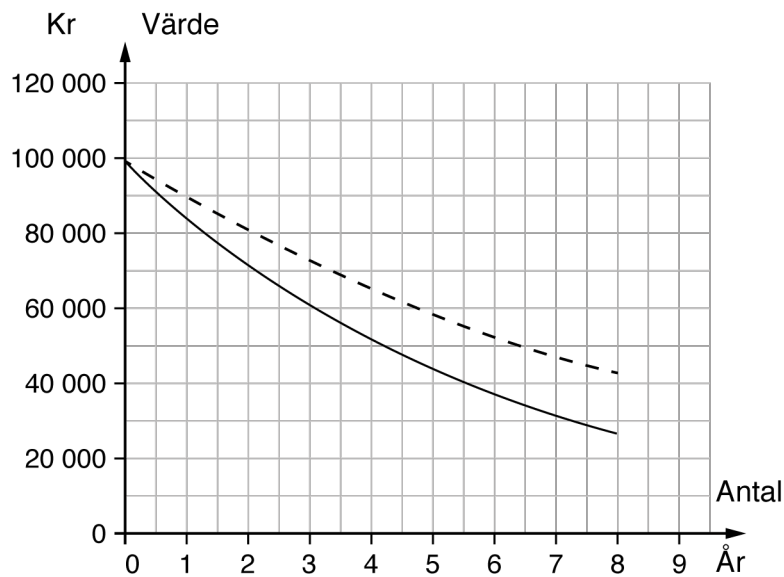
$$P = 220 - \text{personens ålder}$$

Filip har en maxpuls på 190. Clara är hälften så gammal som Filip.

Vilken maxpuls har Clara?

Svar: \_\_\_\_\_ pulsslag/min (1/0/0)

6. Kim köper en begagnad bil för 100 000 kr. Värdet på bilen kommer att minska. I diagrammet visas hur värdet förändras om det minskar med 10 % respektive 15 % per år.

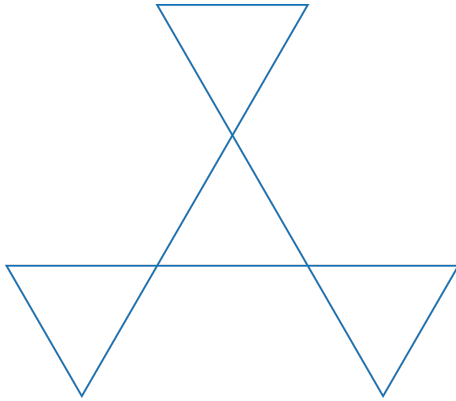


- a) Vilket är värdet efter tre år, enligt diagrammet, om den procentuella minskningen är 15 % per år?
- b) Ungefär hur mycket längre tid krävs för att värdet ska halveras när den procentuella minskningen är 10 % i stället för 15 % per år?

Svar: \_\_\_\_\_ kr (1/0/0)

Svar: \_\_\_\_\_ år (0/1/0)

7. Fyra identiska liksidiga trianglar är placerade som figuren visar. Rita in figurens alla symmetrilinjer.



(1/1/0)

8. Efter en löneökning på 3 % fick Jakob 900 kr mer i månadslön. Hur stor var Jakobs månadslön före höjningen?

Svar: \_\_\_\_\_ kr (0/1/0)

9. Följande påståenden är ekvivalenser eller implikationer. Markera alla påståenden som är ekvivalenser med symbolen  $\Leftrightarrow$  och påståenden som enbart är implikationer med symbol  $\Rightarrow$  eller  $\Leftarrow$ .

För triangeln A gäller att summan av kvadraterna på kateterna är lika med kvadraten på hypotenusan.

Triangeln A har en rät vinkel.

Triangeln B har en vinkel som är 90 grader.

Triangeln B har ingen vinkel som är större än 90 grader.

Triangeln C har två spetsiga vinklar.

Triangeln C har en rät vinkel.

(1/1/0)

10. Lös ekvationen  $2(2x + 1) = 5 - 2x$

Svar:  $x =$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

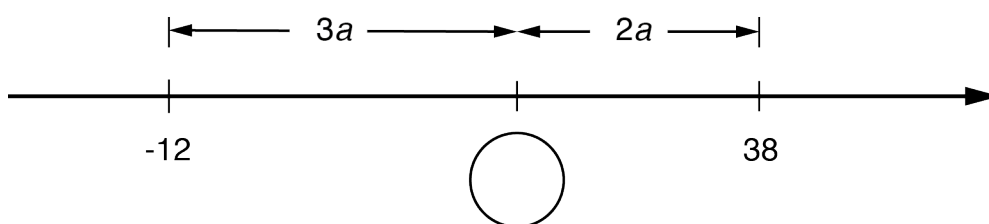
11. I en korg finns det röda och vita bollar. Det finns dubbelt så många röda bollar som vita bollar. Hur stor är sannolikheten att en slumpvis vald boll är en vit?

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

12. Beräkna  $\frac{102 + 102 + 102 + 102 + 102}{102 + 102}$

Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/0)

13. Vilket tal ska stå i cirkeln? Redovisa din lösning.



Svar: \_\_\_\_\_ (0/1/1)

14. En hyrbil kostar 375 kr att hyra per dygn. För det priset får du köra 100 km. Om du kör en längre sträcka, tillkommer en kostnad på 2,50 kr per km.

- a) Vilket eller vilka av nedanstående formler kan beskriva hur kostnaden  $K$  kr beror av körsträckan  $x$  km?

Ringa in ditt/dina svar.

(0/1/1)

$K = 375$

$K = 375 + 2,50x$

$K = 375 + 2,50x + 100$

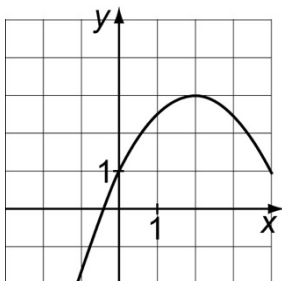
$K = 375 + 2,50(x - 100)$

$K = 475 + 2,50x$

- b) Ange definitionsmängd för ditt/dina formelval. Redovisa din lösning.

(0/2/1)

15. I koordinatsystemet är grafen till en funktion utritad. Bestäm med hjälp av grafen för vilka värden på  $x$  olikheten  $y \geq 2$  gäller.



Svar: \_\_\_\_\_ (0/0/2)

# Anvisningar – del C

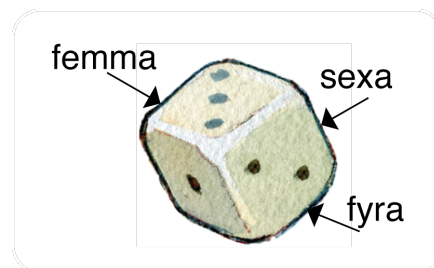
- Tidsåtgång** Cirka 60 minuter för del C.
- Hjälpmedel** Tillåtna hjälpmedel på del C är digitala verktyg, formelblad och linjal.
- Uppgifter** Denna del består av en stor uppgift. Lösningen till uppgiften redovisar du på separata papper. I arbetet med uppgiften krävs det att du
- redovisar dina lösningar
  - förklarar och motiverar dina tankegångar.
- Till detta exempelprov ges förslag på kravgränser för provbetygen E, C och A. Dessa kan inte likställas med kravgränserna för ett ordinarie kursprov utan kan användas för att få en uppfattning om elevens prestationer på just detta exempelprov och kan endast beaktas om exempelprovet genomförts i sin helhet.
- Kravgränser** Provet (del A–D) ger totalt högst 79 poäng.
- Gräns för provbetyget
- E: Cirka 18 poäng.  
C: Cirka 42 poäng varav cirka 20 poäng på lägst nivå C.  
A: Cirka 62 poäng varav cirka 11 poäng på nivå A.

Illustrationer: Jens Ahlbom

## 16. Trixa med tärning

(3/4/3)

På en vanlig sexsidig tärning finns ettan alltid mittemot sexan, tvåan mittemot femman och trean mittemot fyran. Lisa kastar två tärningar. Hon multiplicerar antalet prickar på tärningarna (se steg nr 1 i tabellen). Sedan vänder hon på en tärning i taget och gör beräkningar som tabellen nedan visar.



Steg nr			Produkt
1		Här ser du vad Lisas tärningar visade från början.	$5 \cdot 3 = 15$
2		Här har Lisa vänt på den vita tärningen så att sidan mittemot kommer upp.	$2 \cdot 3 = 6$
3		Här har Lisa vänt på den grå tärningen så att sidan mittemot kommer upp.	$2 \cdot 4 = 8$
4		Här har Lisa vänt tillbaka den vita tärningen.	$5 \cdot 4 = 20$
5		Slutligen beräknar Lisa summan av produkterna.	$15 + 6 + 8 + 20 = 49$

- I. Välj själv vad tärningarna visar från början. Följ samma instruktioner som i tabellen. Vilken slutsats drar du?
- II. Visa att din slutsats gäller oavsett vad tärningarna visar från början.
- III. På en åttasidig tärning finns ettan alltid mittemot åttan, tvåan mittemot sjuan och så vidare. Gör motsvarande undersökning med två åttasidiga tärningar som du gjort med sexsidiga tärningar. Vilken slutsats drar du?
- IV. Vilken summa av produkterna får du om du använder tolvsidiga eller tjugosidiga tärningar? Beskriv sambandet mellan antalet sidor på tärningen och summan av produkterna. Du kan använda ord och/eller formler.





## Anvisningar – del D

**Tidsåtgång** Cirka 120 minuter för del D.

**Hjälpmedel** Tillåtna hjälpmedel på del D är digitala verktyg, formelblad och linjal.

**Uppgifter** Denna del består av flera olika uppgifter. Lösningarna till uppgifterna redovisar du på separata papper. Till de flesta uppgifterna räcker det inte med endast svar, utan där krävs det också att du

- redovisar dina lösningar
- förklarar/motiverar dina tankegångar
- ritar figurer vid behov.

Till detta exempelprov ges förslag på kravgränser för provbetygen E, C och A. Dessa kan inte likställas med kravgränserna för ett ordinarie kursprov utan kan användas för att få en uppfattning om elevens prestationer på just detta exempelprov och kan endast beaktas om exempelprovet genomförts i sin helhet.

**Kravgränser** Provet (del A–D) ger totalt högst 79 poäng.

Gräns för provbetyget

E: Cirka 18 poäng.

C: Cirka 42 poäng varav cirka 20 poäng på lägst nivå C.

A: Cirka 62 poäng varav cirka 11 poäng på nivå A.

Illustrationer: Jens Ahlbom

17. Ett banklån på 60 000 kronor ska amorteras med samma belopp varje månad under 10 år. Hur mycket ska amorteras varje månad? (1/0/0)

18. Förr i tiden, på 1990-talet, kunde ett erbjudande från en mobiloperatör se ut så här:

Mobil AB  
49 kr i månadsavgift  
69 öre/samtal i öppningsavgift  
69 öre/minut hela dygnet, alla dagar  
Gratis sms



- a) Ebba hade ett abonnemang hos Mobil AB. När hon fick sin första räkning fanns denna information med:

Antal samtal	Samtalstid i minuter
72	183

Ebbas månadsräkning var på 224,95 kr. Visa att beloppet stämmer. (2/0/0)

- b) Amir hade också sitt abonnemang hos Mobil AB. En månad hade både Ebba och Amir en samtalstid på 221 minuter men deras räkningar var olika stora. Förklara varför. (1/0/0)

19. Jonna undersöker hur mycket en glass har kostat olika år. Hon använder ett kalkylprogram för att rita diagram över prisutvecklingen. Hon ritar två olika diagram.

a) Vilket diagram är missvisande?  
Motivera.

(0/1/0)

Diagram 1

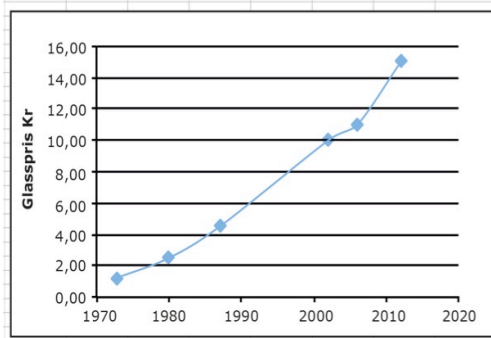
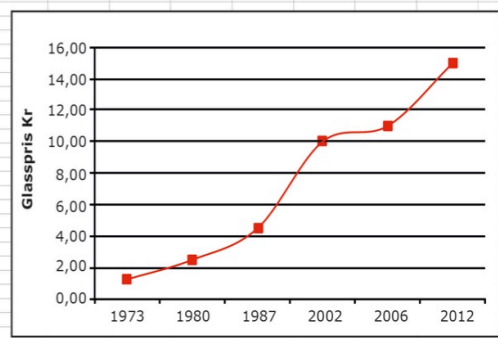


Diagram 2

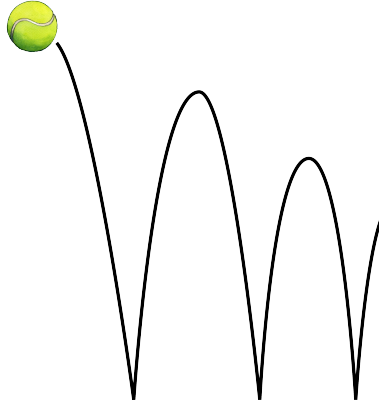


b) Jonna väljer att göra en beräkning i kalkylprogrammet i ruta E5. Vad är det hon beräknar och hur mycket blir det?

(1/2/0)

SUMMA						
	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Priset på en glass				
4		År	Pris (kr)			
5		1973	1,25		=(C10-C5)/(B10-B5)	
6		1980	2,5			
7		1987	4,5			
8		2002	10			
9		2006	11			
10		2012	15			
11						

20. En boll släpps från 100 cm:s höjd ner på ett golv. Efter första studsens studsar bollen upp 80 cm över golvet. Bollen fortsätter att studsa på samma sätt, så att varje ny höjd blir 80 % av närmast föregående höjd.



- a) Efter hur många studsar är studshöjden *lägre* än 20 cm? (1/1/0)
- b) Från vilken fallhöjd måste bollen släppas om den efter första studsens ska nå 108 cm över golvet? (0/2/0)
21. Tre positiva heltal, större än 1, har produkten 210. Undersök hur många olika kombinationer av tal det finns där detta gäller. (1/2/0)

22. Enligt en prognos beräknas hyran för en lägenhet öka med 4 % per år. Med hur många procent beräknas hyran öka under en sjuårsperiod enligt prognosen?



(1/1/1)

23. I likheten  $\frac{15}{c} = \frac{d}{4}$  är  $c$  och  $d$  positiva heltal.

- a) Ge *ett* förslag på värden som  $c$  och  $d$  kan ha så att likheten gäller. (1/0/0)
- b) Undersök vilka värden  $c$  och  $d$  kan ha för att likheten ska gälla. (1/1/1)

24. Av hela jordens befolkning bodde år 2010 cirka 1,3 promille i Sverige. Av dem som bodde i Europa, bodde cirka 1,3 procent i Sverige. Hur stor andel av jordens befolkning bodde i Europa?



(0/1/1)

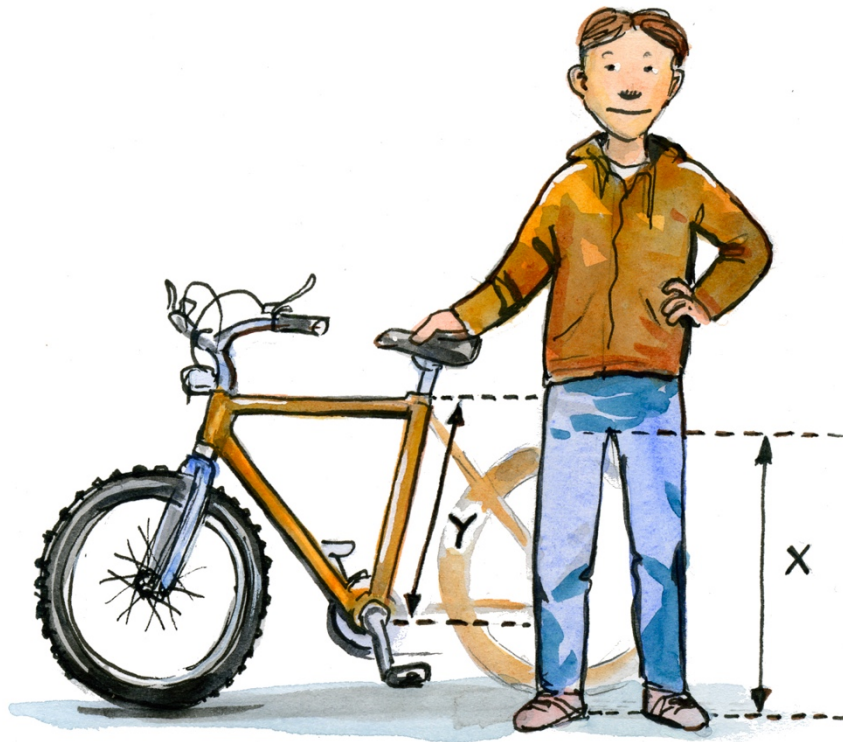
25. Storleken på en cykel bestäms av sadelrörets längd. För att veta vilken storlek på cykel man ska ha, kan man mäta innerbenlängden på den person som ska använda cykeln. Man kan sedan beräkna lämplig storlek på cykeln på två olika sätt

formel A:  $y = x - 23$

formel B:  $y = \frac{2x}{3}$

där  $x$  är innerbenlängden i cm och  $y$  är sadelrörets längd i cm. Formlerna gäller för innerbenlängder mellan 30 cm och 90 cm.

- a) Mika ska köpa en cykel och han har innerbenlängden 63 cm. Beräkna med formel A respektive formel B vilken längd Mika ska ha på sadelröret. (2/0/0)
- b) Vilken innerbenlängd ger samma längd på sadelrör med de båda formlerna? (0/2/1)



26. I slutet av 1700-talet användes en annorlunda tidsindelning i Frankrike (fransk klocka).

- dygnet delades in i 10 ”timmar”
- varje ”timme” hade 100 ”minuter”
- varje ”minut” delades in i 100 ”sekunder”

**Fransk klocka**

1 varv per dygn



I digital form:

02:50

**”Vanlig” klocka**

2 varv per dygn



I digital form:

06:00

← motsvarar →

← motsvarar →

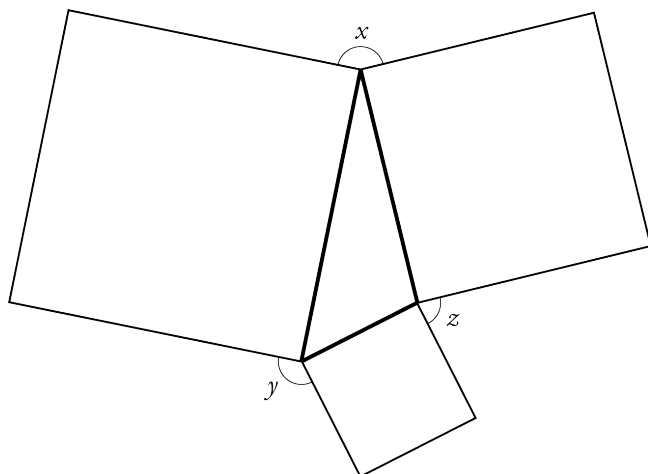
a) Vilken tid visar den ”vanliga” klockan då den franska klockan visar 05:00?

(0/1/0)

b) Vilken tid visar den franska klockan då den ”vanliga” klockan visar 15:00? Motivera ditt svar.

(0/0/2)

27. Sidorna i en triangel utgör också sidorna i tre olika kvadrater, se figur.  
Visa att vinklarna  $x + y + z = 360^\circ$ .




(0/1/2)

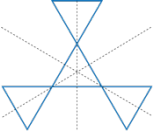



## 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur elevernas prestationer på del B–D ska bedömas.

### Instruktioner för bedömning av del B

I tabellen anges nivå på poängen och vad som krävs för varje poäng. Till vissa uppgifter finns bedömda elevlösningar. Dessa är markerade med .

1.	0,6 Korrekt svar.	(1/0/0) +E						
2.	$2 \cdot 3 \cdot 7$ Korrekt svar.	(1/0/0) +E						
3.	15 (min) Korrekt svar.	(1/0/0) +E						
4.	<table border="1" data-bbox="338 857 568 965"> <thead> <tr> <th><math>x^2</math></th> <th><math>x</math></th> <th><math>\sqrt{x}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>16</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> Korrekt svar.	$x^2$	$x$	$\sqrt{x}$	16	4	2	(1/0/0) +E
$x^2$	$x$	$\sqrt{x}$						
16	4	2						
5.	205 (pulsslag/min) Korrekt svar.	(1/0/0) +E						
6. a)	60 000–62 000 (kr) Korrekt svar i intervallet.	(1/0/0) +E						
b)	2–3 (år) Korrekt svar i intervallet.	(0/1/0) +C						
7.	 Minst en korrekt utritad symmetrilinje. Samtliga symmetrilinjer korrekt utritade.	(1/1/0) +E +C						
8.	30 000 (kr) Korrekt svar.	(0/1/0) +C						
9.	$\Leftrightarrow$ $\Rightarrow$ $\Leftarrow$ Två korrekta svar. Tre korrekta svar.	(1/1/0) +E +C						

10.	$x = 0,5$ Korrekt svar.	(0/1/0) +C
11.	$\frac{1}{3}$ Korrekt svar.	(0/1/0) +C
12.	$2,5; \frac{5}{2}$ Korrekt svar.	(0/1/0) +C
13.	<b>18</b> Påbörjad lösning där värde på $a$ är bestämt. Redovisning med korrekt svar.	(0/1/1) +C +A
14. a)	$K = 375$ och $K = 375 + 2,50(x-100)$ Ringar in minst ett korrekt alternativ och maximalt ett felaktigt. Ringar in de båda korrekta alternativen och inget felaktigt.	(0/1/1) +C +A
b)	$K = 375$ då $0 \leq x \leq 100$ och $K = 375 + 2,50(x-100)$ då $x > 100$ (även $x \geq 100$ godtagbart svar) Anger godtagbar definitions mängd med ord eller symboler för ett alternativ. Anger definitions mängden med godtagbara matematiska symboler för minst ett alternativ. Anger godtagbara definitions mängder med ord eller symboler för båda alternativen.  Till uppgiften finns bedömda elevarbeten, se sid. 13–14.	(0/2/1) +C +C +A
15.	T.ex. $0,6 \leq x \leq 3,3$ Avläsningar i intervallen (0,4–0,8) och (3,1–3,5) godtages Anger godtagbara gränser på ett godtagbart sätt, t.ex. "mellan 0,5 och 3,3". Korrekt tecknad olikhet med symboler.	(0/0/2) +A +A

## Instruktioner för bedömning av del C

Del C bedöms med stöd av en uppgiftsspecifik bedömningsmatris. Matrisen är uppdelad i två aspekter och tre nivåer. Till uppgiften finns bedömda elevlösningar.

### Uppgift 16


(3/4/3)



	<b>E</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
<b>Metod och genomförande</b>	<p>Eleven beräknar summan av produkterna korrekt för någon typ av tärning.</p> <p>+E</p>	<p>Eleven bestämmer summan av produkterna för minst två typer av tärningar.</p> <p>+C</p> <p>Eleven bestämmer summan av produkterna för minst tre typer av tärningar.</p> <p>+C</p>	<p>Eleven anger sambandet mellan antalet sidor på tärningen och summan av produkterna med ord eller symboler, t.ex. (antalet sidor + 1)<sup>2</sup></p> <p>+A</p>
<b>Redovisning</b>	<p>Eleven drar någon slutsats, t.ex. att produktsumman för en sexsidig och/eller åttasidig tärning är konstant.</p> <p>+E</p> <p>Elevens redovisning är möjlig att följa och omfattar någon deluppgift.</p> <p>+E</p>	<p>Eleven ger någon förklaring till den konstanta summan, t.ex. att summan av motstående sidor alltid är 7.</p> <p>+C</p> <p>Elevens redovisning är tydlig och kommunicerar förklaringen till den konstanta summan på ett godtagbart sätt.</p> <p>+C</p>	<p>Eleven visar algebraiskt att produktsumman för en viss typ av tärning är konstant.</p> <p>+A</p> <p>Elevens redovisning är klar och tydlig samt välstrukturerad och omfattar alla deluppgifter. Det matematiska språket är lämpligt.</p> <p>+A</p>








Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 15–28.

## Instruktioner för bedömning av del D

I tabellen anges nivå på poängen och vad som krävs för varje poäng. Till vissa uppgifter finns bedömda elevlösningar. Dessa är markerade med .

17.	<b>500 kr</b> Lösning med korrekt svar.	(1/0/0) +E																										
18. a)	Påbörjad lösning, t.ex. beräknar kostnaden för antalet samtal. Visar att beloppet är riktigt.	(2/0/0) +E +E																										
b)	"Det beror på att de ringt olika många samtal." ; "Den ena har ringt fler gånger medan den andra har pratat längre." Godtagbart resonemang.	(1/0/0) +E																										
19. a)	<b>Diagram 2, eftersom avståndet mellan årtalen är olika stora</b> Godtagbart svar med någon beskrivning som anger att skalan inte är ekvidistant.	(0/1/0) +C																										
b)	<b>"ca 0,35 (kr/år) som är genomsnittlig prisökning per år"</b> Påbörjad lösning, t.ex. sätter in värden i formeln. Godtagbart svar på beräkningen. Anger vad som beräknas.	(1/2/0) +E +C +C																										
20. a)	<b>8 (studsar)</b> Påbörjad lösning, t.ex. beräknar studshöjd för ytterligare en studs. Lösning som visar att studshöjden efter 8 studsar är lägre än 20 cm.  Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 29–31.	(1/1/0) +E +C																										
b)	<b>135 cm</b> Lösning där det framgår att 80 % beräknas på fallhöjden med korrekt svar.	(0/2/0) +C +C																										
21.	<b>6 kombinationer</b> Påbörjad lösning, t.ex. visar en kombination eller faktorisering. Visar minst tre korrekta kombinationer. Lösning med korrekt svar.	(1/2/0) +E +C +C																										
22.	<b>32 ; 31,6 (%)</b> Lösning som visar upprepad procentuell förändring. Lösning med korrekt svar. Använder en generell lösningsmetod.  Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 32	(1/1/1) +E +C +A																										
23. a)	<b>Korrekta talpar:</b> <table border="1" data-bbox="338 1854 1034 1928"> <tbody> <tr> <td><math>c</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>d</math></td> <td>60</td> <td>30</td> <td>20</td> <td>15</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>6</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> Anger ett korrekt talpar.	$c$	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60	$d$	60	30	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1	(1/0/0) +E
$c$	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60																
$d$	60	30	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1																

b)	<p>Redovisning med ytterligare minst två talpar.</p> <p>Redovisning som visar att talens produkt är 60 eller anger samtliga talpar korrekt.</p> <p>Lösning som motiverar att alla möjliga kombinationer är funna, t.ex. genom att visa alla delare.</p> <p> Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 33</p>	<p>(1/1/1)</p> <p>+E</p> <p>+C</p> <p>+A</p>
24.	<p><b>10 % av jordens befolkning bodde i Europa</b></p> <p>Påbörjad lösning, t.ex. skriver om andelarna på "samma form".</p> <p>Lösning med korrekt svar.</p> <p> Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 34</p>	<p>(0/1/1)</p> <p>+C</p> <p>+A</p>
25. a)	<p><b>formel A: 40 (cm), formel B: 42 (cm)</b></p> <p>Beräknar sadelrörets längd med en av formlerna.</p> <p>Beräknar sadelrörets längd med båda formlerna.</p>	<p>(2/0/0)</p> <p>+E</p> <p>+E</p>
b)	<p><b>69 cm eller svar i intervallet 68–70 cm vid avläsning</b></p> <p>Påbörjad lösning, t.ex. prövning, ställer upp en ekvation eller ritar grafer eller korrekt svar utifrån ett exempel.</p> <p>Fullständig lösning med godtagbart svar.</p> <p>Använder en algebraisk eller grafisk metod vid lösning av problemet.</p> <p> Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 35–37.</p>	<p>(0/2/1)</p> <p>+C</p> <p>+C</p> <p>+A</p>
26. a)	<p><b>Kl. 12.00</b></p> <p>Korrekt svar.</p>	<p>(0/1/0)</p> <p>+C</p>
b)	<p><b>Kl. 06.25 ; kvart över sex</b></p> <p>Påbörjad lösning, t.ex. ställer upp en beräkning för en omvandling mellan de olika tidsindelningarna.</p> <p>Lösning med korrekt svar.</p> <p> Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s. 38–39.</p>	<p>(0/0/2)</p> <p>+A</p> <p>+A</p>
27.	<p>Påbörjad lösning, t.ex. troliggör att vinkelsumman är <math>360^\circ</math> med hjälp av möjliga numeriska värden på <math>x</math>, <math>y</math> och <math>z</math>.</p> <p>Visar att vinkelsumman är <math>360^\circ</math>, med hjälp av kända geometriska samband</p> <p>samt att redovisningen är lätt att följa med ett korrekt matematiskt språk.</p> <p> Till uppgiften finns bedömda elevlösningar, se s 40–41.</p>	<p>(0/1/2)</p> <p>+C</p> <p>+A</p> <p>+A</p>



<p>Elevlösning 3</p> <p>a)</p> $K = 375$ $K = 375 + 2,50x$ $K = 375 + 2,50x + 100$ $K = 375 + 2,50(x - 100)$ $K = 475 + 2,50x$ <p>b)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"><math display="block">x \geq 100</math><p>Formeln funkar inte om man inte kör 100km, för om <math>0 &lt; x &lt; 100</math> så är <math>K = 375</math></p></div> <p>Kommentar: I b)-uppgiften kommenterar eleven a)-uppgiften och erhåller därför samtliga poäng i a)-uppgiften.</p>	<p>0/1/1</p>          <p>0/2/1</p>
---	--

## Bedömda elevlösningar del C



Bedömda elevlösningar till uppgift 16

Elevlösning 1

steg nr:		produkt
1		$2 \cdot 4 = 8$
2		$5 \cdot 4 = 20$
3		$5 \cdot 3 = 15$
4		$2 \cdot 3 = 6$
5		

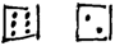

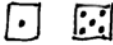
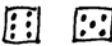
Alltid blir 49!

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x			1/0/0
Redovisning	x			2/0/0
	x			
Summa				3/0/0

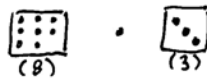
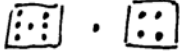
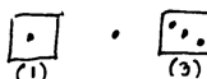

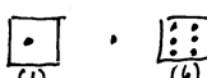
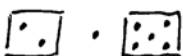
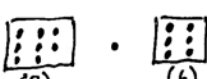
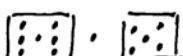


## Elevlösning 2

1. Steg		Produkt
1		$6 \cdot 2 = 12$
2		$1 \cdot 2 = 3$
3		$1 \cdot 5 = 5$
4		$6 \cdot 5 = 30$

Summa:  $12 + 3 + 5 + 30 = 50$

2. Jag tror att det handlar om att man hamnar nära 50 varje gång.

3.	 = 24	 = 28
	 = 3	 = 8
	 = 6	 = 10
	 = 48	 = 35

Summa: 81

Summa: 81

4. Samma sak här, det blir samma eller ungefär samma.

## Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x			1/0/0
Redovisning	x			2/0/0
	x			
Summa				3/0/0

Kommentar: Eleven beräknar inte summan av en sexsidig tärning korrekt.

Elevlösning 3

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} \quad 1 \cdot 1 = 1 \\
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} \quad 1 \cdot 6 = 6 \\
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad 6 \cdot 6 = 36 \\
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad 6 \cdot 1 = 6 \quad 1+6+36+6 = 49
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad 2 \cdot 3 = 6 \\
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad 2 \cdot 4 = 8 \\
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad 5 \cdot 4 = 20 \\
 \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad 5 \cdot 3 = 15 \quad 6+8+20+15 = 49
 \end{array}$$

Slutsats = Summan blir alltid 49. Jag har testat med alla siffror i min uträkning.

$$\begin{array}{l}
 1-8 \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad 12+42+21+6 = \\
 2-7 \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \quad = 81 \\
 3-6 \quad 2 \cdot 6 = 12 \quad 6 \cdot 7 = 42 \quad 7 \cdot 3 = 21 \quad 2 \cdot 3 = 6 \\
 4-5
 \end{array}$$

Slutsats = Det blir likadant här men summan blir alltid 81.

Min slutsats på en tolvsidig tärning är att summan kommer att bli 98 då tolv är dubbelt så mycket som 6 och summan densamma.

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x	x		1/1/0
Redovisning	x			2/0/0
Summa				3/1/0

## Elevlösning 4

Steg nr	vit ↓	grå ↓		Produkt
1	1	1		$1 \cdot 1 = 1$
2	6	1	Har vänt på den vita tärningen	$6 \cdot 1 = 6$
3	6	6	Har vänt på den gråa tärningen	$6 \cdot 6 = 36$
4	1	6	Har vänt på den vita tärningen	$1 \cdot 6 = 6$
5			Summan av produkterna	$1+6+36+6=49$

Steg nr	vit ↓	grå ↓		Produkt
1	6	3		$6 \cdot 3 = 18$
2	1	3	Har vänt på den vita tärningen	$1 \cdot 3 = 3$
3	1	4	Har vänt på den gråa tärningen	$1 \cdot 4 = 4$
4	6	4	Har vänt på den vita tärningen	$6 \cdot 4 = 24$
5			Summan av produkterna	$18+3+4+24=49$

Steg nr	vit ↓	grå ↓		Produkt
1	1	8		$1 \cdot 8 = 8$
2	8	8	Har vänt på den vita tärningen	$8 \cdot 8 = 64$
3	8	1	Har vänt på den gråa tärningen	$8 \cdot 1 = 8$
4	1	1	Har vänt på den vita tärningen	$1 \cdot 1 = 1$
5			Summan av produkterna	$8+64+8+1=81$

Steg nr	vit ↓	grå ↓		Produkt
1	2	7		$2 \cdot 7 = 14$
2	7	7	Har vänt på den vita tärningen	$7 \cdot 7 = 49$
3	7	2	Har vänt på den grå tärningen	$7 \cdot 2 = 14$
4	2	2	Har vänt på den vita tärningen	$2 \cdot 2 = 4$
5			Summan av produkterna	$14 + 49 + 14 + 4 = 81$

1 = 1	20		$1 \cdot 20 = 20$	} 20-tärning
2 = 20	20	vit	$20 \cdot 20 = 400$	
3 = 20	1	grå	$20 \cdot 1 = 20$	
4 = 1	1	vit	$1 \cdot 1 = 1$	
5 =		Summa	$20 + 400 + 20 + 1 = 441$	

1 = 1	12		$1 \cdot 12 = 12$	} 12-tärning
2 = 12	12	vit	$12 \cdot 12 = 144$	
3 = 12	1	grå	$12 \cdot 1 = 12$	
4 = 1	1	vit	$1 \cdot 1 = 1$	
5 =			$12 + 144 + 12 + 1 = 169$	



Man kan lätt se att 20-tärningen ger högre summor på produkterna. Både 12- och 20-tärningar blir högre än 100 på dem. Ju högre siffror man har på tärningarna desto högre produkter.



## Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x	x		1/2/0
Redovisning		x		1/0/0
Summa				2/2/0

Kommentar: Eleven upprepar samma beräkningar på olika typer av tärningar. Eleven redovisar ingen slutsats till beräkningarna.

## Elevlösning 5

  Tärningarna visar fem och sex.  $5 \cdot 6 = 30$

   $5 \cdot 1 = 5$

   $2 \cdot 1 = 2$

   $6 \cdot 2 = 12$

$$30 + 12 + 5 + 2 = 49,$$



Summan av produkterna  
blir 49.

Min slutsats är att oavsett vilka siffror tärningarna har från början så blir summan av produkterna alltid 49.



   $3 \cdot 1 = 3$

   $6 \cdot 3 = 18$   $24 + 4 + 18 + 3 = 49.$

   $6 \cdot 4 = 24$

   $4 \cdot 1 = 4$

3)    $3 \cdot 8 = 24$



   $8 \cdot 6 = 48$



   $6 \cdot 1 = 6$



   $3 \cdot 1 = 3$



$$24 + 48 + 6 + 3 = 81$$

Summan av produkterna  
är 81.

   $7 \cdot 5 = 35$

   $7 \cdot 4 = 28$

   $2 \cdot 4 = 8$

   $5 \cdot 2 = 10$

$$35 + 28 + 8 + 10 = 81$$

Summan av produkterna  
är 81.

Slutsats: Oavsett vilka siffror det är från början blir summan av produkterna alltid 81 på en åttasidig tärning.

Antal sidor	Summan av produkterna
6 sidor	49
8 sidor	81
20 sidor	441

$x \cdot 2 \cdot 1 = y$  ? Det är något om att det är dubbelt och hälften så stort.

$$\begin{array}{l}
 20 \cdot 3 = 60 \quad \boxed{20} \boxed{3} \quad \boxed{2} \boxed{4} \quad 4 \cdot 2 = 8 \\
 1 \cdot 3 = 3 \quad \boxed{1} \boxed{3} \quad \boxed{19} \boxed{4} \quad 19 \cdot 4 = 76 \\
 1 \cdot 18 = 18 \quad \boxed{1} \boxed{18} \quad \boxed{19} \boxed{17} \quad 19 \cdot 17 = 323 \\
 20 \cdot 18 = 360 \quad \boxed{20} \boxed{18} \quad \boxed{2} \boxed{17} \quad 2 \cdot 17 = 34 \\
 360 + 60 + 3 + 18 = 441 \quad 323 + 8 + 76 + 34 = 441
 \end{array}$$









Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x	x x		1/2/0
Redovisning	x x			2/0/0
Summa				3/2/0

Kommentar: Eleven ger inte någon förklaring till sin slutsats.

## Elevlösning 6









⇒

steg nr.	Tärning	Prod.
1	 	$6 \cdot 4 = 24$
2	 	$1 \cdot 4 = 4$
3	 	$1 \cdot 3 = 3$
4	 	$6 \cdot 3 = 18$
5		$24 + 4 + 3 + 18 = 49$

⇒ Jag tror att sidornas summa blir 49, när man vänder dem.

Eftersom maxsumman är 7 så blir  $7 \cdot 7$  **49**

⇒

Steg nr.	Tärning	Prod.
1	 	$8 \cdot 6 = 48$
2	 	$6 \cdot 1 = 6$
3	 	$1 \cdot 3 = 3$
4	 	$8 \cdot 3 = 24$
5	Summa:	$48 + 6 + 3 + 24 = 81$

Min slutsats blir densamma, eftersom summan av tärningarna blir 9 så blir  $9 \cdot 9$  **81**

⇒ Om jag tar en tolvsidig tärning måste summan av två sidor alltid bli 13 och om de andra slutsatserna stämmer ska summan bli 169.

Tjugosidiga tärningarnas två sidor är summan 21 och om man vänder och har sig som innan får man 441.

⇒ Tolvsidig

Steg nr.	Tärning	Prod.
1	12 3	$12 \cdot 3 = 36$
2	1 3	$1 \cdot 3 = 3$
3	1 10	$1 \cdot 10 = 10$
4	12 10	$12 \cdot 10 = 120$
5		$36 + 3 + 10 + 120 = 169$

⇒ Mina slutsatser stämde och summan blev 169 som jag redan räknat ut.

⇒ Tjugosidig

Steg nr.	Tärning	Prod.
1	18 10	$18 \cdot 10 = 180$
2	3 10	$3 \cdot 10 = 30$
3	3 11	$3 \cdot 11 = 33$
4	18 11	$18 \cdot 11 = 198$
5		$180 + 30 + 33 + 198 = 441$

⇒ Min slutsats stämde här också och summan blev 441 som jag redan räknat ut.





Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x	x		1/2/0
		x		
Redovisning	x	x		2/2/0
	x	x		
Summa				3/4/0





Kommentar: Eleven kommunicerar förklaringen till slutsatsen på ett godtagbart sätt.



## Elevlösning 7

I	Steg nr	Produkt
	1	 $1 \cdot 3 = 3$
	2	 $6 \cdot 3 = 18$
	3	 $6 \cdot 4 = 24$
	4	 $1 \cdot 4 = 4$
	5	Summan av produkterna: $4 + 24 + 18 + 3 = 49$

---

	1	 $5 \cdot 2 = 10$
	2	 $2 \cdot 2 = 4$
	3	 $2 \cdot 5 = 10$
	4	 $5 \cdot 5 = 25$
	5	Summan av produkterna: $25 + 10 + 4 + 10 = 49$

Jag får hela tiden summan 49

II Jag drar slutsatsen att summan av produkterna alltid blir 49. Paren som finns är 1 och 6, 2 och 5, 3 och 4. Medeltalet för alla dessa paren som finns är 3,5, så om du i stället för att multiplicera paren med varandra multiplicerar 3,5 med 3,5 fyra gånger och sedan lägger ihop produkterna, blir det alltid 49. Eftersom medeltalet är detsamma för alla paren, blir summan av produkterna också alltid lika, alltså 49.

III	Steg nr.	Produkt	Steg nr.	Produkt
	1	$\boxed{2} \cdot \boxed{1} = 2$	1	$\boxed{3} \cdot \boxed{4} = 12$
	2	$\boxed{7} \cdot \boxed{1} = 7$	2	$\boxed{6} \cdot \boxed{4} = 24$
	3	$\boxed{7} \cdot \boxed{8} = 56$	3	$\boxed{6} \cdot \boxed{5} = 30$
	4	$\boxed{2} \cdot \boxed{8} = 16$	4	$\boxed{3} \cdot \boxed{5} = 15$
	5	$\underline{16+56+7+2=81}$	5	$\underline{15+30+24+12=81}$

Summan av produkterna blir här i alla fall 81.

Samma princip gäller här som med sexsidig tärning.

Här är medeltalet 4,5.

Tolvsidig

$$\text{Medeltal: } \frac{1+12}{2} = 6,5$$

$$\text{Produkt: } 6,5 \cdot 6,5 = 42,25$$

$$\text{Summan...: } 4 \cdot 42,25 = 169$$

Tjugosidig

$$\text{Medeltal: } \frac{1+20}{2} = 10,5$$

$$\text{Produkt: } 10,5 \cdot 10,5 = 110,25$$

$$\text{Summan...: } 4 \cdot 110,25 = 441$$

Om  $y$  = summan av produkterna och  $x$  = antalet sidor så kan sambandet beskrivas med

$$\text{formeln: } y = x^2 + 2x + 1 \quad \left( y = 4 \left( \frac{x+1}{2} \right)^2 \right)$$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x	x x	x	1/2/1
Redovisning	x x	x x	x x	2/2/2
Summa				3/4/3

## Elevlösning 8

I	$1 \cdot 1 = 1$	$2 \cdot 3 = 6$
	$6 \cdot 1 = 6$	$5 \cdot 3 = 15$
	$6 \cdot 6 = 36$	$5 \cdot 4 = 20$
	$1 \cdot 6 = 6$	$2 \cdot 4 = 8$
	Summa 49	Summa 49

Oavsett vilken siffra som väljs från början kommer man alltid att få samma svar eftersom;

de två motställda siffrorna alltid har summan 7

Summan av produkterna kommer alltså att bli

$7 \cdot \text{ena siffran} + 7 \cdot \text{andra siffran}$

$\text{ena siffran} \cdot \text{andra siffran}$  är också 7. Varför svaret

alltid kommer att bli  $7 \cdot 7$  (ex.  $7 \cdot 3 + 7 \cdot 4 = 7 \cdot 7$ )  $7 \cdot 7 = 49$

II  $n=8$

$$(n+1)^2 = (8+1)^2 = 9^2 = 81$$

Jag ska försöka förklara varför summan blir  $(8+1)^2$

Antag att siffran på den ena tärningen är  $x$ .

Då är motställd sida  $(8+1)-x$ . Den andra tärningen

får vara  $y$ . Det ger att motställd sida =  $(8+1)-y$

$$x \cdot y = xy$$

$$(8+1-x) \cdot y = 9y - xy$$

$$(8+1-x) \cdot (8+1-y) = 81 - 9y - 9x + xy$$

$$x(8+1-y) = 9x - xy$$

$$\text{Summan: } xy + 9y - xy + 81 - 9y - 9x + xy + 9x - xy = 81$$

III Oavsett antalet sidor på tärningen kommer summan av de motställda sidorna alltid att bli:

$n+1$  om  $n$  = antalet sidor.

Summan av produkterna blir alltid:

(summan av de motställda sidorna)<sup>2</sup> (visades i II)

vilket ger  $(n+1)(n+1) = n^2 + 2n + 1$  eller  $(n+1)^2$

För tolvsidiga tärningar får man följande

resultat:  $(12+1)^2 = 13^2 = 169$

och för 20-sidiga tärningar:  $(20+1)^2 = 21^2 = 441$

Bedömning

	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x	x x	x	1/2/1
Redovisning	x x	x x	x x	2/2/2
Summa				3/4/3

## Elevlösning 9

Jag slår två ettor  $1 \cdot 1 = 1$

Jag vänder en tärning  $6 \cdot 1 = 6$

Jag vänder andra tärningen  $6 \cdot 6 = 36$

Sen vänder jag första tärningen igen  $1 \cdot 6 = 6$

Summan av produkterna blir:  $1 + 6 + 36 + 6 = 49$

$a/b$  = motstående sidor på det du har slagit

Mitt försök: - de motstående sidorna har summan sju.

1.  $3 \cdot 4 = 12$

1.  $(7-a) \cdot (7-b) = 49 - 7a - 7b + ab$

2.  $4 \cdot 4 = 16$

2.  $a(7-b) = 7a - ab$

3.  $4 \cdot 3 = 12$

3.  $a \cdot b = ab$

4.  $3 \cdot 3 = 9$

4.  $(7-a) \cdot b = 7b - ab$

5.  $12 + 16 + 12 + 9 = 49$

5.  $49 - 7a - 7b + ab + 7a - ab + ab + 7b - ab = 49$

Jag drog slutsatsen att summan alltid blev 49.

Resultatet ovan till höger visar detta.

II  $1 + 8 = 9$  De motstående sidorna har summan nio.

1.  $(9-a) \cdot (9-b) = 81 - 9b - 9a + ab$

2.  $a \cdot (9-b) = 9a - ab$

3.  $a \cdot b = ab$

4.  $(9-a) \cdot b = 9b - ab$

5.  $81 - 9b - 9a + ab + 9a - ab + ab + 9b - ab = 81$

Jag drar samma slutsats som tidigare uppgift, det blir alltid samma summa 81. Det ser man i min beräkning.

Svar: antalet sidor på tärningen  $+1$  = den summa man får om man adderar två tal på motstående sidor. Den summan multiplicerat med sig själv ger produkten som även är summan i slutresultatet.

Formeln för detta ser ni i föregående uppgifter.

## Bedömning

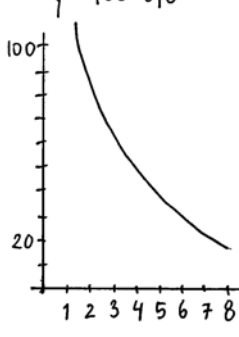
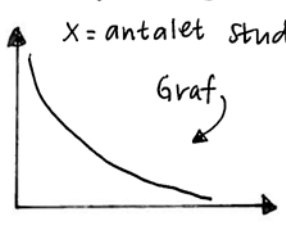
	E	C	A	Poäng
Metod och genomförande	x	x x	x	1/2/1
Redovisning	x x	x x	x x	2/2/2
Summa				3/4/3

## Bedömda elevlösningar del D



Bedömda elevlösningar till uppgift 20 a)

<p>Elevlösning 1</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 <math>80 \cdot 0,8 = 64</math></li> <li>2 <math>64 \cdot 0,8 = 51,2</math></li> <li>3 <math>51,2 \cdot 0,8 = 40,96</math></li> <li>4 <math>40,96 \cdot 0,8 = 32,77</math></li> <li>5 <math>32,77 \cdot 0,8 = 26</math></li> <li>6 <math>26 \cdot 0,8 = 21</math></li> <li>7 <math>21 \cdot 0,8 = 16,8</math></li> </ol> <p>Svar: Efter 7 studsar.</p> <p>Kommentar: Eleven räknar inte med den första studsens.</p>	1/0/0
<p>Elevlösning 2</p> <p><math>100 \cdot 0,8^x = \text{mindre än } 20</math></p> <p><math>100 \cdot 0,8^8 = 16,8</math> (Slog på räknaren)</p> <p>Svar: 8 studsar</p> <p>Kommentar: Eleven verifierar sitt svar men visar ingen lösning.</p>	1/0/0
<p>Elevlösning 3</p> <p><math>100 \cdot 0,8^x = 20</math></p> <p><math>0,8^x = \frac{20}{100}</math></p> <p><math>0,8^x = 0,20</math></p> <p><math>0,8^7 = 0,2097</math>    <math>0,8^8 = 0,1678</math></p> <p><math>x = 8</math>    <u>Svar: Efter 8 studsar.</u></p> <p>Kommentar: Eleven visar en prövning.</p>	1/1/0

<p>Elevlösning 4</p> <p><math>y = Ca^x</math> <math>y = 100 \cdot 0,8^x</math></p>  <p>Jag gör en graf med funktionen <math>f(x) = 100 \cdot 0,8^x</math> och söker y-värdet 20 och ser vad <math>x</math> är när <math>y=20</math>, ungefär såhär såg det ut. När <math>y</math> var 20 (19,84) så var <math>x=7,45</math>. Det betyder att vid 7 studsar är bollen högre än 20. Därför krävs det 8 studsar för att den ska vara lägre än 20. Eftersom en boll ej kan studsas decimaltal antal gånger så måste jag avrunda uppåt eftersom vid 7 studsar är den högre än 20.</p> <p>Kommentar: Eleven redovisar sin lösning med hjälp av resonemang.</p>	1/1/0
<p>Elevlösning 5</p> <p>Bollens studshöjd kan beräknas med följande formel: <math>h = 100 \cdot 0,8^x</math> där <math>h</math> är höjden i cm och <math>x</math> är antalet studsar. Detta gäller om bollen släpps från 100 cm höjd. Om vi tar höjden och multiplicerar den med 0,8 upprepade gånger ser vi att efter 8 studsar når höjden ett värde under 20 cm (<math>\approx 16,777</math>). Man kan även rita upp en graf som visar svaret.</p> <p>Kommentar: Eleven redovisar sin lösning.</p>	1/1/0
<p>Elevlösning 6</p> <p>Studshöjden <math>(y) = \text{fallhöjd} \cdot 0,8^x</math> <math>x = \text{antalet studs}</math></p>  <p>Jag tar 2nd table på miniräknaren och ser att efter 8 studsar är studshöjden mindre än 20 cm.</p> <p>Svar: Efter 8 studsar.</p> <p>Kommentar: Eleven redovisar sin lösning.</p>	1/1/0

Elevlösning 7

1/1/0

Jag skriver in formeln  $y=100 \cdot 0,8^x$  på räknaren.

Sen tittar jag i tabellen när  $y < 20$

Ser ut typ så här:

Läser av och ser  
att det blir efter  
8 studsar.

x	y
0	100
1	80
⋮	⋮
7	20,972
8	16,777

Svar: 8st.

Kommentar: Eleven redovisar sin lösning.





## Bedömda elevlösningar till uppgift 22

<p>Elevlösning 1</p> <p>Hyra: 1000 kr</p> <p>År 1: <math>1,04 \cdot 1000 = 1040</math> kr</p> <p>År 2: <math>1,04 \cdot 1040 = 1081,6</math> kr</p> <p>År 3: <math>1,04 \cdot 1081,6 = 1124,864</math> kr</p> <p>År 4: <math>1,04 \cdot 1124,864 = 1169,859</math> kr</p> <p>År 5: <math>1,04 \cdot 1169,859 = 1216,653</math> kr</p> <p>År 6: <math>1,04 \cdot 1216,653 = 1265,319</math> kr</p> <p>År 7: <math>1,04 \cdot 1265,319 = 1315,932</math></p> <p><math>1000/1315,932 = 0,77</math></p> <p>Hyran har ökat med 23%.</p> <p>Kommentar: Eleven visar beräkning av upprepade procentuella förändring.</p>	1/0/0
<p>Elevlösning 2</p> <p>Ex. hyran är 100 kr</p> <p><math>100 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 = 131,6</math></p> <p>Svar: ca 32%.</p> <p>Kommentar: Eleven redovisar en lösning utifrån ett exempel.</p>	1/1/0
<p>Elevlösning 3</p> <p><math>1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 =</math> en ökning med 4% per år.</p> <p><math>= 1,3159 \dots \approx 1,32</math> ökning med 32%</p> <p>Kommentar: Eleven använder en generell lösningsmetod.</p>	1/1/1

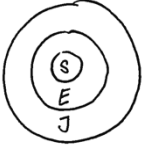


Bedömda elevlösningar till uppgift 23

<p>Elevlösning 1</p> <p>a) <math>\frac{15}{c} = \frac{d}{4} \cdot c \quad (c \neq 0)</math></p> <p><math>15 = \frac{c \cdot d}{4} \cdot 4</math></p> <p><math>60 = c \cdot d</math>      Produkten av två positiva heltal ska vara 60. En möjlig <math>c=12</math> och <math>d=5</math>.</p> <p>b) <math>60 = c \cdot d \quad 1:d</math> <math>c \cdot d = (1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5</math></p> <table border="1" data-bbox="303 761 638 1176"> <thead> <tr> <th>c</th> <th>c</th> <th>d</th> <th>d</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td><td>60</td><td>60</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2·3·5</td><td>30</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>2·2·5</td><td>20</td></tr> <tr><td>4</td><td>2·2</td><td>3·5</td><td>15</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>2·2·3</td><td>12</td></tr> <tr><td>6</td><td>2·3</td><td>2·5</td><td>10</td></tr> <tr><td>10</td><td>2·5</td><td>2·3</td><td>6</td></tr> <tr><td>12</td><td>3·2·2</td><td>5</td><td></td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td></td></tr> <tr><td>60</td><td>2·2·3·5</td><td>1</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Kommentar: Eleven visar alla möjliga kombinationer.</p>	c	c	d	d	1	1	60	60	2	2	2·3·5	30	3	3	2·2·5	20	4	2·2	3·5	15	5	5	2·2·3	12	6	2·3	2·5	10	10	2·5	2·3	6	12	3·2·2	5		...	...	...		60	2·2·3·5	1		<p>1/0/0</p> <p>1/1/1</p>
c	c	d	d																																										
1	1	60	60																																										
2	2	2·3·5	30																																										
3	3	2·2·5	20																																										
4	2·2	3·5	15																																										
5	5	2·2·3	12																																										
6	2·3	2·5	10																																										
10	2·5	2·3	6																																										
12	3·2·2	5																																											
...	...	...																																											
60	2·2·3·5	1																																											
<p>Elevlösning 2</p> <p>a) <math>\frac{15}{c} = \frac{d}{4}</math>      Jag förenklar genom korsmultiplikation.</p> <p><math>60 = c \cdot d</math>      Alltså ska <math>c \cdot d</math> bli 60.</p> <p>Ett förslag är <math>c=2</math> , <math>d=30</math>      <math>\frac{15}{2} = \frac{30}{4}</math> <math>7,5 = 7,5</math></p> <p>b)</p> <table border="1" data-bbox="319 1545 510 1836"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y/x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>60</td><td>60</td></tr> <tr><td>2</td><td>30</td><td>60</td></tr> <tr><td>3</td><td>20</td><td>60</td></tr> <tr><td>4</td><td>15</td><td>60</td></tr> <tr><td>5</td><td>12</td><td>60</td></tr> <tr><td>6</td><td>10</td><td>60</td></tr> <tr><td>60</td><td>1</td><td>60</td></tr> <tr><td>30</td><td>2</td><td>60</td></tr> <tr><td>20</td><td>3</td><td>60</td></tr> <tr><td>15</td><td>4</td><td>60</td></tr> <tr><td>12</td><td>5</td><td>60</td></tr> <tr><td>10</td><td>6</td><td>60</td></tr> </tbody> </table> <p>Jag skriver in formeln <math>y = \frac{60}{x}</math> i räknaren och kollar sedan igenom tabellen och skrev ner de svar jag fick.</p> <p>Kommentar: Eleven visar att alla möjliga kombinationer är funna genom att visa alla delare.</p>	x	y/x	y	1	60	60	2	30	60	3	20	60	4	15	60	5	12	60	6	10	60	60	1	60	30	2	60	20	3	60	15	4	60	12	5	60	10	6	60	<p>1/0/0</p> <p>1/1/1</p>					
x	y/x	y																																											
1	60	60																																											
2	30	60																																											
3	20	60																																											
4	15	60																																											
5	12	60																																											
6	10	60																																											
60	1	60																																											
30	2	60																																											
20	3	60																																											
15	4	60																																											
12	5	60																																											
10	6	60																																											



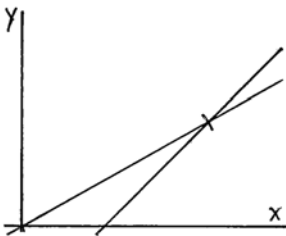
## Bedömda elevlösningar till uppgift 24

Elevlösning 1  $\frac{S}{J} = 0,0013 \quad \frac{S}{E} = 0,013$ <p>Kommentar: Eleven skriver om andelarna på samma form.</p>	0/1/0
Elevlösning 2 $1,3\text{‰} = 0,0013$ $1,3\% = 0,013$ <p>Kommentar: Eleven skriver om andelarna på samma form.</p>	0/1/0
Elevlösning 3 $1,3\text{‰} = 0,0013$ $1,3\% = 0,013$ $\frac{0,0013}{0,013} = 0,1 = 10\% \text{ bodde i Europa.}$	0/1/1
Elevlösning 4 $1,3\text{‰} = \frac{1,3}{1000} = \frac{0,13}{100} = 0,13\% \text{ av hela jorden}$ <p style="text-align: center;">1,3% av Europa</p> $0,13\% \text{ av hela jorden} = 1,3\% \text{ av Europa}$ $0,1\% \text{ — " — } = 1\% \text{ — " —}$ $10\% \text{ — " — } = 100\% \text{ — " —}$ <p>Svar: 10% av jordens befolkning bodde i Europa.</p>	0/1/1
Elevlösning 5 Om 1,3‰ motsvarar 1,3% borde 100% motsvara 100‰, alltså 100% av Europas befolkning = 100‰ av jordens befolkning. 100‰ = 10%  10% = jordens befolkning som bor i Europa.	0/1/1



Bedömda elevlösningar till uppgift 25 b)

<p>Elevlösning 1</p> $69 - 23 = 46$ <p style="text-align: right;">Svar: 46</p> $\frac{2 \cdot 69}{3} = 46$ <p>Kommentar: Eleven visar samma kunskaper som i uppgift a) Tolkar inte svaret korrekt.</p>	0/0/0												
<p>Elevlösning 2</p> $69 - 23 = 46$ $69 \cdot 2 = 138$ <p style="text-align: right;">Svar: 69</p> $138 / 3 = 46$ <p>Kommentar: Eleven anger korrekt svar utifrån ett exempel.</p>	0/1/0												
<p>Elevlösning 3</p> <p>Test: <math>\frac{65 \cdot 2}{3} = 43,3333333</math></p> $65 - 23 = 42 \quad \text{Stämmer inte}$ $y = x - 23 = \frac{2x}{3}$ $y + 23 = x - 23 + 23 = \frac{2x}{3}$ $y + 23 \cdot 3 = x \cdot 3 = \frac{2x}{3} \cdot 3$ $3y + 69 = 3x = 2x + 69$ $3y = 3x - 69 = 2x$ <p>Kommentar: Eleven påbörjar en algebraisk lösning och en prövning.</p>	0/1/0												
<p>Elevlösning 4</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">60</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">65</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">70</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">A</td> <td style="padding: 5px;">37</td> <td style="padding: 5px;">42</td> <td style="padding: 5px;">47</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">B</td> <td style="padding: 5px;">40</td> <td style="padding: 5px;">43</td> <td style="padding: 5px;">46</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">Svar: 69</p> <p>Kommentar: Eleven redovisar en prövning med korrekt svar.</p>		60	65	70	A	37	42	47	B	40	43	46	0/2/0
	60	65	70										
A	37	42	47										
B	40	43	46										

<p>Elevlösning 5</p> <p>69 cm</p> <p>Formel A: <math>y = 69 - 23 = 46 \text{ cm}</math></p> <p>Formel B: <math>y = \frac{69 \cdot 2}{3} = \frac{138}{3} = 46 \text{ cm}</math></p> <p>Jag testade mig fram eftersom benlängden var 63. Om svaret på a) var 40 cm och 42 cm så tänkte jag att det inte var så långt borta. Så jag började att räkna vid 67 cm som benlängd. Och då blev svaret <math>A = 44 \text{ cm}</math> och <math>B = 44,66</math> och då är det ju ganska nära. Sen 68 cm, svaren blev <math>A = 45 \text{ cm}</math> <math>B = 45,33 \text{ cm}</math> och då såg jag att på 44 skilde det 0,66 cm och på 45 skilde det 0,33 cm. Om det minskade med 0,33 cm så måste det bli 46 blankt på 69 cm. Och ja var det.</p> <p>Kommentar: Eleven redovisar en prövning med korrekt svar.</p>	0/2/0
<p>Elevlösning 6</p> <p>Jag skrev in formlerna: A <math>y = x - 23</math> och B <math>y = \frac{2x}{3}</math> på datorn. Graferna blev så här:</p>  <p>Datorn gav mig skärningspunkten <math>x = 69</math> <math>y = 46</math></p> <p>Svar: Innerbenlängden 69 cm.</p> <p>Kommentar: Eleven redovisar en grafisk lösning av problemet.</p>	0/2/1
<p>Elevlösning 7</p> $x - 23 = \frac{2x}{3}$ $(x - 23) \cdot 3 = \frac{2x}{3} \cdot 3$ $3x - 69 = 2x$ $3x - 69 + 69 = 2x + 69$ $3x = 2x + 69$ <p>Nu ser jag att <math>69 = x</math> för att <math>2x + 69 = 3x</math></p> <p>Kommentar: Eleven använder algebraisk metod vid lösning av problemet.</p>	0/2/1

## Elevlösning 8

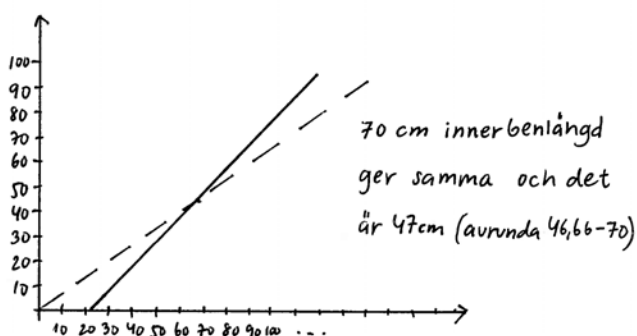
0/2/1

A  $y = x - 23$  i stället för att utgå från 0,1,2 i x  
 Så väljer jag att öka till 30 så att det inte blir  
 minus. Gick lite längre än vanligt för att se bättre  
 var de möts.

X	Y
30	7
40	17
50	27
60	37
70	47

B  $y = \frac{2x}{3}$

X	Y
30	20
40	26,666 ≈ 27
50	33,333 ≈ 33
60	40
70	46,666 ≈ 47



Kommentar: Eleven använder grafisk metod vid lösning av problemet och svarar godtagbart i intervallet.



Bedömda elevlösningar till uppgift 26 b)

<p>Elevlösning 1</p> <p><math>\frac{15}{24}</math> av 10 timmar är 7 och en halv timme Det blir då 7:50 enligt den franska klockan</p> <p>Kommentar: Eleven visar hur stor andel 15 timmar är av ett 24-timmarsdygn, "vanligt" dygn, men blandar sedan ihop klockorna.</p>	0/0/1
<p>Elevlösning 2</p> <p>Då skulle den franska klockan visa 06:25. Det är för att den föregående tiden var 05:00 och 12:00. 15:00 är tre timmar ifrån och är hälften av originaltiden så hälften av den franska originaltiden la jag då till klockan för att det ska stämma.</p> <p>Kommentar: Eleven utgår från a)-uppgiften och beräknar med hjälp av proportionalitet.</p>	0/0/2
<p>Elevlösning 3</p> <p>Vanliga:</p> <p><math>12:00 = \frac{1}{2}</math> av dygnet</p> <p><math>18:00 = \frac{3}{4}</math> av dygnet</p> <p><math>15:00 = \frac{5}{8}</math> av dygnet</p> <p><math>\frac{5}{8} = 62,5\%</math>      <math>\frac{62,5}{10} = 6,25</math></p> <p>Svar: Fransk klocka står på 06:25 när vanliga står på 15:00.</p> <p>Kommentar: Eleven använder sig av andelar av 24-timmarsdygnet i sin beräkning.</p>	0/0/2

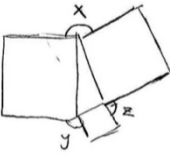
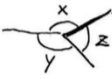
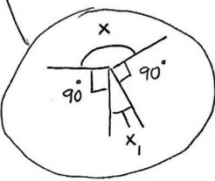
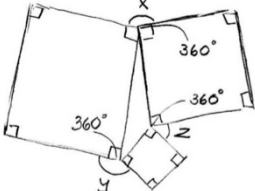
<p>Elevlösning 4</p> <p>Här har det gått <math>\frac{5}{8}</math> när klockan är 15.00</p> <p><math>\frac{1}{8}</math> av franska klockan är <math>\frac{10}{8} = 1,25</math></p> $1,25 \cdot 5 = \underline{\underline{06.25}}$ <p>Kommentar: Eleven utgår från att klockan 12:00 på den "vanliga" klockan motsvarar 05:00 på den "franska", enligt a)-uppgiften.</p>	0/0/2
<p>Elevlösning 5</p> <p>När vår klocka står på 15 har <math>\frac{15}{24}</math> av dygnet gått, alltså 62,5%.</p> <p>För att få fram vad den franska klockan är:</p> $\frac{x}{10} = 0,625 \Rightarrow x = 6,25$ <p>Alltså är den franska klockan 6<sup>25</sup>.</p> <p>Kommentar: Eleven beräknar med andelar, utifrån tiden på den "vanliga" klockan.</p>	0/0/2





Bedömda elevlösningar till uppgift 27

<p>Elevlösning 1</p> <p>Vinkelsumma kvadrat = <math>360^\circ</math></p> <p> <math>x + a = 180</math>      <math>x - x + a = 180 - x</math>  <math>a = 180 - x</math> </p> <p> <math>z + b = 180</math>      <math>z - z + b = 180 - z</math>  <math>b = 180 - z</math> </p> <p> <math>y + c = 180</math>      <math>y - y + c = 180 - y</math>  <math>c = 180 - y</math> </p> <p><math>a + b + c = 180^\circ</math></p>	<p>0/0/0</p>
<p>Elevlösning 2</p> <p>Vinklarna i triangeln ska bli <math>180^\circ</math> ihop.                  Alla vinklar i fyrkanter måste vara <math>90^\circ</math> var och en fyrkant blir <math>360^\circ</math> ihop.                  Fyrkantvinklarna är <math>90^\circ</math> och <math>180^\circ</math> ihop alltså måste <math>x</math> och den andra vinkeln också vara <math>180^\circ</math> ihop. Jag antar då att vinkel <math>x</math> <math>160^\circ</math> och den under i triangeln är <math>20^\circ</math>.                  Likadant på vinkel <math>y</math> den ska vara mer än <math>90^\circ</math>. Jag antar att vinkel <math>y</math> är <math>140^\circ</math> och vinkeln över i triangeln är <math>40^\circ</math>. Då måste den sista vinkeln i triangeln vara <math>120^\circ</math> och vinkeln <math>z</math> <math>60^\circ</math></p>	<p>0/1/0</p>
<p>Elevlösning 3</p> <p> <math>360 \cdot 3 = 1080 - 540 =</math>  <math>= 540 - 180 = 360^\circ</math> </p> <p>Kommentar: Redovisningen är inte lätt att följa då inga beräkningar motiveras. Det matematiska språket har brister.</p>	<p>0/1/1</p>

<p>Elevlösning 4</p> $360 \cdot 3 = 1080^\circ$ $1080^\circ - 90^\circ \cdot 6 = 540^\circ$ $540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$ $x + y + z = 360^\circ$ <p>Kommentar: Redovisningen är inte lätt att följa då inga beräkningar motiveras.</p>	0/1/1
<p>Elevlösning 5</p> <p>Eftersom att det här handlar om rätvinkliga figurer är denna metod exakt.</p>  <p>Jag tar bort kvadraterna och drar ihop vinklarna</p>  <p>= en cirkel = <math>360^\circ</math></p> <p>eller en mer matematisk formel:</p> <p>vinkel <math>x = 360^\circ - (90^\circ \cdot 2) - (\text{ett hörn i triangeln} \rightarrow x)</math>  vinkel <math>y = 360^\circ - (90^\circ \cdot 2) - (\text{ett hörn i triangeln} \rightarrow y)</math>  vinkel <math>z = 360^\circ - (90^\circ \cdot 2) - (\text{ett hörn i triangeln} \rightarrow z)</math></p> <p>vilket blir</p> $360^\circ - 180^\circ - x, + 360^\circ - 180^\circ - y, + 360^\circ - 180^\circ - z, =$ $540^\circ - \underbrace{x, -y, -z}_{180^\circ} = 360^\circ$ 	0/1/2
<p>Elevlösning 6</p>  $3(360^\circ) = 1080^\circ$ $6 \cdot (90^\circ) = 540^\circ$ $1080 - 540 = 540^\circ$ $540^\circ - 180 = 360^\circ$ <p>Förklaring: Vid varje hörn är vinkelsumman <math>360^\circ</math>  Det som jag vet är att alla hörn i kvadraterna är <math>90^\circ</math>. Så den totala vinkelsumman vid alla tre lägen är <math>1080^\circ</math>. Sedan tar jag bort de vinklar som jag vet (6st <math>90^\circ</math>) och då återstår <math>540^\circ</math>. Vinkelsumman av triangeln är <math>180^\circ</math>.  <math>540 - 180 = 360^\circ</math>. Alltså måste summan av <math>x + y + z = 360^\circ</math></p>	0/1/2